



Concours d'accès à l'ENSAM

et leurs corrigés



Scan to Like!



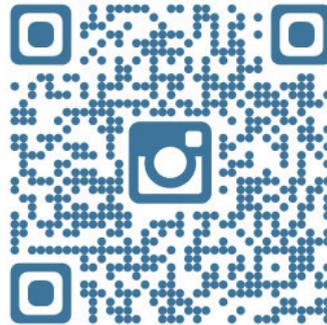
facebook.com/ensam.events



Scan
to discover !



instagram.com/ensam_events



E-Mail : ensam.events@gmail.com

AVANT-PROPOS

Ce livre présent devant vous est le fruit de plusieurs jours de recherche et de persévérance de la part des élèves ingénieurs de l'école national des Arts & Métiers Meknès, dispensé au bachelier visant la préparation des concours d'accès ENSAM. Notre souci au cours de la rédaction de cet ouvrage était le fait de collectionner un nombre assez suffisant de concours et de nous référer aux connaissances acquises par des étudiants du cycle préparatoire intégré et cycle ingénieur qui ont ménager beaucoup d'effort afin de résoudre ces concours.

Faute de temps, nous avons répondu juste aux questions d'un grand ordre d'importance. Ainsi Si vous soupçonnez que ce polycopié contient des erreurs, veuillez le signaler sur l'adresse Gmail suivante : zarayak.abderazzak@gmail.com, pour que nous puissions mettre à jour la documentation.

Au terme de ce modeste travail, nous tenons à remercier tout le corps professoral et étudiants pour leur efforts déployés afin de contribuer à la résolution des épreuves exposées dans cet ouvrage malgré leurs occupations et obligations.

Nous remercierons tous ceux qui ont contribué à faciliter la tâche de ce travail, en prodiguant généralement leur aide accompagnée de sympathie et d'encouragements trouvent ici l'expression de notre sincère gratitude.

Ce recueil traite les concours de 2011 jusqu'à 2015 pour les branches SM A&B et science expérimentale & technique. Et vise à simplifier la tâche de préparation des concours le plus possible. Essayer, cependant, de vous exercer à résoudre ces examens dans les durées de temps allouées et ne vous contenter pas d'une simple lecture des solutions.

Nous espérons que cet ouvrage répondra au mieux aux souhaits des étudiants et leur apportera un appui efficace durant la période de préparation aux concours.

Epreuves et Corrections
Filière : Science Mathématiques
A et B

2015-2014-2013-2012-2011

ENSAM Events

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filière Sciences Mathématiques A et B
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

Questions	Réponses
Q1 Soit la proposition P : " $\forall a \in \mathbb{R}_+^*$; $a + \frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de la proposition P .	\bar{P} : P est
Q2 Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1 ?	
Q3 Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi i}{7}}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S =$
Q4 Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$, et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z =$ $\theta =$
Q5 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $3^{\cos(x)} + 3^{\cos(\pi-x)+1} \leq 2\sqrt{3}$.	$S =$
Q6 Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$.	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
Q7 Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x > 0$ et $g(0) = a \in \mathbb{R}$. Déterminer la valeur de a pour que g soit continue sur $[0, +\infty[$.	$a =$
Q8 Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =$ $f^{-1}(x) =$
Q9 Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) =$
Q10 Calculer, en utilisant les sommes de Riemann, la limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2+k^2}$.	$\lim_n u_n =$
Q11 Soient $f(x) = \frac{x}{1+x^2} - \text{Arctan}(x)$ et \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par \mathcal{C}_f et les droites $x = 0, x = 1$ et $y = 0$.	$A =$
Q12 Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx, \forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n =$
Q13 Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe passe par $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 =$
Q14 Soit S la sphère d'équation cartésienne: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent \mathcal{P} à S au point $O(0,0,0)$.	$(E):$
Q15 Sachant que $10^{3n} \equiv 1[27], \forall n \in \mathbb{N}$, déterminer le reste r de la division euclidienne de $10^{100} + 100^{10}$ par 27.	$r =$
Q16 Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $x^2 - 2y^2 + xy + 2 = 0$	$S =$
Q17 Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P =$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt

Q18. Soit $M_3(\mathbb{R})$ l'espace des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels. La matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ vérifie :

- $A^3 \neq 2I$
 A non inversible
 $\{I, A^3\}$ libre dans $M_3(\mathbb{R})$
 A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{2}A^2$

Q19. Soient l'espace vectoriel réel $E = \{f: x \mapsto (ax + b)e^{2x}; a, b \in \mathbb{R}\}$ et f_1 et f_2 les deux éléments de E définies par : $f_1(x) = e^{2x}$ et $f_2(x) = xe^{2x}$. Soit $B = \{f_1, f_2\}$ et $g: x \mapsto \int_0^x (t + \frac{1}{2})e^{2t} dt$. Alors

- les vecteurs f_1 et f_2 sont liés
 $g \notin E$
 B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $(0, \frac{1}{2})$
 B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $(0, 1)$

Q20. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: \exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B$. Alors

- $(1, 0) \in D$ et P est vraie
 $(0, 1) \in D$ et P est vraie
 P est fausse
 aucune des trois réponses

Q21. Soit $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ strictement monotone telle que $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. L'équation : $f(x) = 1 - x^n, n \geq 1$

- n'a pas de solution
 admet deux solutions distinctes
 admet une solution unique
 aucune des trois réponses

Q22. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

- f bornée au voisinage de $-\infty$
 f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$
 f bornée au voisinage de $+\infty$
 aucune des trois réponses

Q23. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative C_f de f

- admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$
 admet une asymptote oblique en $+\infty$
 est au-dessus de la droite $y = 0$
 aucune des trois réponses

Q24. L'équation $\cos^4(x) + \sin^4(x) = 1$ admet dans $[-\pi, \pi]$

- une infinité de solutions
 8 solutions
 4 solutions
 aucune solution

Q25. Soient a et b deux entiers naturels non nuls. Alors le nombre $N = a^4 + 4b^4$ vérifie :

- $N < (a - b)^2 + b^2$
 $N < (a + b)^2 + b^2$
 N est premier
 N n'est pas premier

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL MEKNES/UNIVERSITE HASSAN II CASABLANCA
ECOLE NATIONALES SUPERIEURES D'ARTS ET METIERS-MEKNES/CASABLANCA

Concours d'entrée en Première année de
l'ENSAM - Meknès et de l'ENSAM - Casablanca
Filières : Sciences Mathématiques A et B

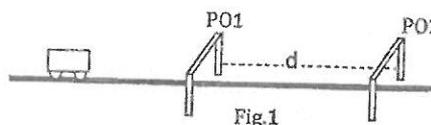
Epreuve de Physique
Durée : 2h 30 min

24 Juillet 2015

- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille « Fiche des réponses » à rendre seule avec la feuille d'examen

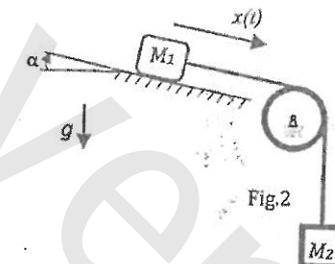
Physique I : Mécanique (cette partie de l'épreuve contient 4 parties indépendantes : I, II, III et IV)
N.B : Chaque question est sur 2 points, la partie IV est un QCM. On donne : $g=10 \text{ m/s}^2$.

I. Un mobile se déplace le long d'un rail rectiligne avec une accélération constante γ . Pour mesurer sa vitesse, on utilise deux portes optiques PO1 et PO2 (permettant de capter la valeur de la vitesse quand un objet passe devant elle) distantes d'une distance d . Le mobile est lâché (sans vitesse initiale) à une distance d_0 à gauche de la première porte optique. Il franchit la distance d en un temps T , sa vitesse devant la deuxième porte est v_2 .



1. Exprimer la vitesse v_1 du mobile devant la première porte, et son accélération γ en fonction de T , d et v_2 .
2. Calculer la distance D entre le point de départ et la première porte pour $T = 0.5\text{s}$, $v_2 = 1.5 \text{ m/s}$ et $d = 0.5 \text{ m}$.

II. Soit le système composé de deux blocs de masses respectives M_1 et M_2 , attachés par une corde de masse négligeable et qui passe, sans glissement, à travers une poulie de rayon R et de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation (Oy) . Le bloc M_1 repose sur son support (plan incliné) faisant un angle α par rapport à l'horizontale (Fig.2). Le système est abandonné sans vitesse initiale.



Cas d'étude I - Absence du frottement

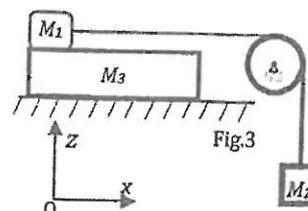
3. Déterminer l'accélération γ des deux blocs en fonction de M_1 , M_2 , J , R , α et g .
4. Déterminez les tensions T_1 et T_2 dans la corde en fonction de M_1 , M_2 , J , R , α et g .

Cas d'étude II -Présence du frottement: le bloc M_1 repose sur son support en présence du frottement. On note \vec{R} la force de réaction du support sur la masse M_1 , avec $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$ (N étant normale au plan de contact et T est parallèle à celui-ci) telle que : si le bloc M_1 est au repos, on a : $|T| \leq \mu N$, si le bloc est en mouvement, on a : $|T| = \mu N$, où μ est un coefficient (positif) appelé coefficient de frottement. On rappelle que le sens de la composante T est dans le sens contraire du mouvement du solide par rapport à son support.

Dans ce cas d'étude II, on considère la simplification suivante : $M_1=M_2=M$ et $J=MR^2/2$.

5. Exprimer l'inégalité à vérifier par α et μ pour que le système reste immobile (équilibre statique), en déduire l'équation traduisant l'angle α maximal pour que le système reste en équilibre statique.
6. Lors de son mouvement, déterminer l'équation horaire de M_1 en fonction de g , α , μ et t .

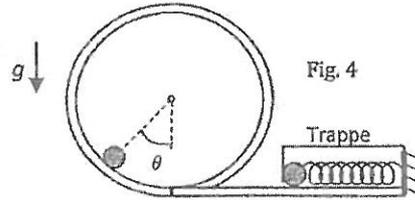
Cas d'étude III : on considère le montage de la figure 3, le bloc M_1 est posé sur un bloc de masse M_3 avec frottement de coefficient μ . Le contact du bloc M_3 sur son support (plan horizontal) se fait sans frottement. Le système se met en mouvement après avoir lâché le bloc M_2 .



7. Dessiner sur des schémas séparés les deux bilans des forces appliquées sur les blocs M_1 et M_3 .

8. En considérant : $M_1=M_2=M$, $M_3=4M$, $J=0$, déterminer les accélérations γ_1 et γ_3 des blocs M_1 et M_3 en fonction de g et μ .
9. Sous les mêmes conditions (question 8), si le bloc M_1 parcourt une distance d , calculer la distance x parcourue par le bloc M_3 en fonction de d et μ . Pour quelle valeur de μ , les deux blocs M_1 et M_3 parcourent la même distance.

III. Une masse ponctuelle m est *poussée* contre un ressort de raideur k au moyen d'une trappe puis lâchée du repos, la masse n'est pas liée au ressort, mais, elle est juste en contact avec celui-ci avant le départ. Son chemin est composé d'un rail horizontal et d'un rail de forme circulaire de rayon intérieur R situé dans un plan vertical (Fig.4). Une fois la particule entrée dans le chemin circulaire, elle y sera tout le temps. Les frottements sont négligés sauf indication. Soit $\theta(t)$ l'angle qui décrit la position angulaire de la particule quand elle est sur son chemin circulaire.

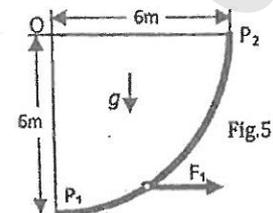


10. Exprimer la composante normale R_N de la force de réaction du rail sur la masse m en fonction de m , g , v , R et θ , où v est la vitesse instantanée de m . Déterminer l'accélération tangentielle γ_t de m en fonction de g et θ .
11. Déterminer la plus petite vitesse possible v_0 de la masse m au point le plus haut de la trajectoire pour qu'elle puisse traverser son chemin en fonction de R et g .
12. Déterminer le raccourcissement minimal x_0 du ressort correspondant en fonction de m , g , R et k .
13. Pour une position quelconque, exprimer l'énergie mécanique E_m de la particule en fonction de m , g , R , θ .
14. Déterminer l'équation du mouvement de la particule, exprimer la période du mouvement pour les petites oscillations en fonction de g et R .
15. Dans cette question, le chemin de la particule est graissé et a donné lieu à une force de frottement, ayant la forme $\vec{f} = -2\lambda m \vec{v}$ (où \vec{v} est la vitesse instantanée de m , λ est une constante donnée), appliquée sur la particule de la part du rail, exprimer l'équation du mouvement de cette particule. En admettant que l'équation horaire du mouvement de la particule est de la forme : $\theta(t) = e^{-\lambda t} [Ae^{\omega_1 t} + Be^{-\omega_1 t}]$, où $\omega_1 = \sqrt{\lambda^2 + \omega_0^2}$, déterminer les constantes A et B telles que : $\theta(0) = \theta_0$ et une vitesse initiale nulle.

IV. Répondre aux questions suivantes en cochant la bonne réponse (attention : 2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fautive et (0 pt) pour le cas sans réponse) :

16. On fait tourner une bille au bout d'une corde selon une trajectoire circulaire dans le plan vertical, la corde se brise (coupure de la corde) lorsqu'elle est horizontale, la trajectoire de la bille sera :
 a. Parabolique b. circulaire c. droite d. quelconque (imprévisible)
17. Un système de levage soulève au moyen d'un câble une masse verticalement. La masse subit deux forces lors de son mouvement vers le haut : son poids P et la tension T du câble. Ces deux forces effectuent respectivement les travaux W_P et W_T , lequel des énoncés suivants est vrai :
 a. $W_P > 0$ et $W_T > 0$ b. $W_P < 0$ et $W_T < 0$ c. $W_P < 0$ et $W_T > 0$ d. $W_P > 0$ et $W_T < 0$
18. Une particule se déplace dans le plan (Oxy) selon ses coordonnées : $(x(t)=2-4t$ et $y(t) = -3t + t^3)$, le temps (t) est en (s) et la position est en cm. A l'instant $t=2$ s, le module de sa vitesse vaut :
 a. $\|\vec{v}\| = 4$ cm/s, b. $\|\vec{v}\| = \sqrt{97}$ cm/s c. $\|\vec{v}\| = 3$ cm/s d. $\|\vec{v}\| = \sqrt{13}$ cm/s
- L'orientation de sa vitesse par rapport à l'axe ($O\vec{x}$) est à (en radian) :
 a. $\pi/2 + \arctan(4/9)$ b. $\arctan(4/9)$ c. $-\arctan(4/9)$ d. $\pi/2 - \arctan(4/9)$

Soit une piste lisse en forme de quart de cercle (P_1, P_2), de rayon égal à 6 m, située dans un plan vertical (Fig.5). Une masse ponctuelle qui pèse 4 N se déplace de P_1 à P_2 sous l'action de la force F_1 qui est toujours orientée selon l'horizontale et sa grandeur est constante et vaut $(47/6)$ N.



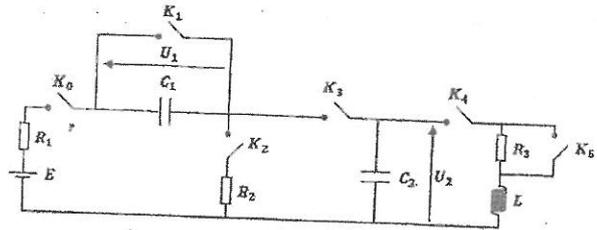
19. La somme des travaux des forces appliquées sur la particule est :
 a. 23 J b. 71 J c. $47\sqrt{2}$ J d. -23 J
20. Sachant que la vitesse en P_1 était de 4 m/s sa vitesse en P_2 est :
 a. $\sqrt{131}$ m/s b. 0 m/s c. $3\sqrt{7}$ m/s d. $2\sqrt{10}$ m/s

Physique II : Electricité (cette partie de l'épreuve contient un problème et un QCM)
 N.B. Chaque question est notée sur deux points.

Problème : Le circuit, schématisé sur la figure ci-contre, comporte :

- Un générateur de tension continue : $E = 10V$;
- Une bobine idéale : L
- Deux condensateurs : C_1 et C_2 ;
- Trois résistances : R_1 , R_2 et R_3 ;
- Six interrupteurs : K_0 , K_1 , K_2 , K_3 , K_4 et K_5 .

Le circuit sera sujet à trois expériences indépendantes.



Première expérience : A l'instant $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur K_0 et K_2 . Tous les autres interrupteurs sont ouverts.

1. Donner l'équation différentielle qui caractérise la tension $U_1(t)$.
2. Quelle est la constante du temps (τ) du circuit ?
3. Etant donné que $U_1(0) = 0$, quelle est la durée nécessaire, en fonction de τ , pour que la tension U_1 soit égale à $9.5 V$?

Au bout d'un certain temps t_1 , la tension U_1 atteint une valeur permanente.

4. Quelle est la valeur permanente du courant traversant la résistance R_1 ?
5. Quelle est la valeur de la tension $U_1(t_1)$?
6. Quelle est l'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t_1 en fonction de la tension $U_1(t_1)$?

Deuxième expérience : A l'instant $t_0 = 0$, on ferme les interrupteurs K_0 et K_3 . Tous les autres interrupteurs sont ouverts. Les tensions $U_1(t)$ et $U_2(t)$ atteignent leurs valeurs permanentes.

7. Quelle sera la valeur permanente de la tension U_1 , si l'on suppose que $U_1(t_0) = U_2(t_0) = 0 V$?
8. Quelle sera la valeur permanente de la tension U_2 , si l'on suppose que $U_2(t_0) = U_{20} \neq 0 V$ et que $U_1(t_0) = 0 V$?

Troisième expérience : On suppose que tous les interrupteurs sont ouverts, et que $U_2 = 10V$. On ferme l'interrupteur K_4 . L'interrupteur K_5 étant toujours ouvert.

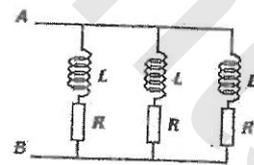
9. Donner l'équation différentielle qui caractérise le courant I_3 traversant la résistance R_3 .
10. Quelle sera la valeur permanente de la tension U_2 ?

Partie QCM : Questions à choix multiples

1. Trois bobines identiques, d'inductances L et de résistances internes R , sont mises en parallèle entre les points A et B .

Le dipôle AB est alors équivalent à :

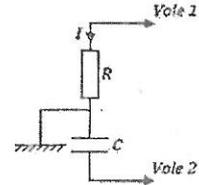
- a. Une bobine d'inductance L et de résistance interne R .
- b. Une bobine d'inductance $3L$ et de résistance interne $R/3$.
- c. Une bobine d'inductance $L/3$ et de résistance interne $3R$.
- d. Une bobine d'inductance $3L$ et de résistance interne $3R$.



2. La capacité équivalente de 5 condensateurs, de capacité C , mises en série est :
 - a. Toujours supérieure à C .
 - b. Egale à C .
 - c. Toujours inférieure à C .
 - d. Egale à $5 C$.

3. On essaie de déduire la valeur du courant I à l'aide d'un oscilloscope à deux voies. Cette valeur :

- a. Ne peut jamais être déduite à l'aide d'un oscilloscope.
- b. Est proportionnelle à la mesure sur la voie 1.
- c. Est proportionnelle à la mesure sur la voie 2.
- d. Est proportionnelle à la mesure sur la voie 1 et la voie 2.



4. Un condensateur de capacité C , initialement déchargé, se charge à travers une résistance R . La tension permanente à ses bornes est égale à $20V$. L'instant où la tension aux bornes de la résistance a égalé $7.4V$ est :

- a. RC
- b. $3RC/2$
- c. $3RC$
- d. $0.5RC$

5. Une résistance R et une bobine d'inductance L sont en parallèle. La tension à leurs bornes est sinusoïdale de pulsation ω . Pour quelle valeur de R , le courant efficace traversant la résistance est le double du courant efficace traversant la bobine ?

- a. $L\omega/2$
- b. $L\omega/4$
- c. $2L\omega$
- d. $4L\omega$

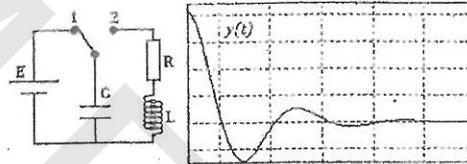
6. Pour mesurer expérimentalement la capacité C d'un condensateur initialement déchargé, on le charge à courant constant d'intensité $I = 2mA$. Au bout de $t = 5s$, on mesure aux bornes du condensateur une tension $U = 10V$. Il est à déduire alors que la capacité est égale à :

- a. $5mF$
- b. $1mF$
- c. $0.5mF$
- d. $0.1mF$

7. On observe, à l'aide d'un oscilloscope, l'évolution temporelle d'une grandeur $y(t)$ dès lors qu'on bascule le commutateur en position 2.

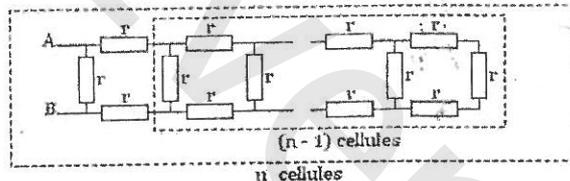
La grandeur $y(t)$ doit être :

- a. Le courant traversant le circuit RLC.
- b. La tension aux bornes de la résistance.
- c. La tension aux bornes du condensateur.
- d. L'énergie emmagasinée par la bobine.



8. La résistance équivalente entre les points : A et B obéit à la relation de récurrence :

- a. $R_n = r(3r + 3R_{n-1}) / (3r + R_{n-1})$
- b. $R_n = r(r/3 + R_{n-1}) / (3r + R_{n-1})$
- c. $R_n = r(r + 3R_{n-1}) / (3r + R_{n-1})$
- d. $R_n = r(2r + R_{n-1}) / (3r + R_{n-1})$

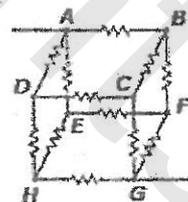


Indication : Essayer pour une cellule puis pour une seconde.

9. Sur les arrêtes d'un cube, on a placé des résistances identiques de 6Ω . La résistance équivalente entre les points A et G vaut :

- a. 5Ω
- b. 15Ω
- c. 6Ω
- d. 18Ω

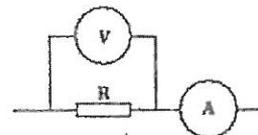
Indication : pour des raisons de symétrie, on a le même potentiel aux points B, E et D, et le même potentiel aux points C, F et H. les points ayant le même potentiel peuvent être joints par des fils sans changer la résistance équivalente



10. On désire mesurer la valeur d'une résistance. Pour ce faire, on mesure la tension et le courant comme mentionné sur le schéma ci-contre.

On applique après la loi d'ohm pour déterminer la valeur de R .

- a. Cette valeur est précise.
- b. Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de I et de U .
- c. Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de U .
- d. Cette valeur est imprécise suite à une imprécision au niveau de I .



Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fautive = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$	$\lim_n u_n =$	
Q2 2pt	Déterminer, dans $[0, 2\pi]^2$, l'ensemble S des solutions du système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S =$	
Q3 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} - i \sqrt{2 + \sqrt{3}} \right)^{42}$	$z =$	
Q4 2pt	Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz + 1)(z + i - 3) \in i\mathbb{R}$	Γ est	
Q5 2pt	Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D =$	
Q6 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=2}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n =$	
Q7 2pt	Calculer $\ell = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(1 + 2 + 3 + \dots + E\left(\frac{1}{ x }\right) \right)$	$\ell =$	
Q8 2pt	Évaluer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{x}$	$j =$	
Q9 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable telles que: $\forall (x, y) \in \mathbb{R}, f(x^2 + y) = x^2 f(x) + f(y)$	$f(x) =$	
Q10 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt	Soit h définie sur \mathbb{R}_+^* par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots$, $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt	Calculer $K = \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^1 \frac{\text{Arctan}(x)}{x^2} dx$	$K =$	
Q13 2pt	calculer l'intégrale $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$L =$	
Q14 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) =$	
Q15 2pt	Résoudre, dans \mathbb{N}^2 , l'équation $x^2 - y^2 = 404$	$S =$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse = 0pt, plus d'une réponse ou une réponse fautive = -1pt.

Q16: Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2m \\ 1 & -m+1 & 1 \\ 2 & 3 & m \end{pmatrix}$ est inversible:

- A -1 et un nombre négatif B uniquement -1 C -1 et un nombre positif D -1 et $1/2$

Q17: Sur $[0, +\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

- A toujours positive B positive puis négative puis positive C négative puis positive D aucunes des trois réponses

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f(x) = e^{\frac{1+\ln x}{1-\ln x}}$. Alors sa courbe C_f admet:

- A une asymptote oblique en $+\infty$ B en $x = e$ une demi tangente à gauche C en $x = e$ une demi tangente à droite verticale D aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom "SMARA" dans un ordre quelconque?

- A $\frac{1}{6006}$ B $\frac{10}{1001}$ C $\frac{50}{14^5}$ D aucunes des trois réponses

Q20: Une boîte B_1 contient 2 jetons numérotés: 1, 3. Une boîte B_2 contient 2 jetons numérotés: 2, 2. Une boîte B_3 contient 2 jetons numérotés: 1, 0. On tire au hasard un jeton a de B_1 , un jeton b de B_2 , un jeton c de B_3 . Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

- A 0,5 B 0,25 C 0,75 D 1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètres est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1,1,-1)$ est:

- A $2x - 3y + 4z + 5 = 0$ B $4x + 3y + 2z - 5 = 0$ C $2x + 2y - z - 5 = 0$ D $4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$. Alors

- A $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = +\infty$ B $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = 0$ C $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = 1$ D aucunes des trois réponses

Q23: Soit E l'espace vectoriel défini par: $E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, x + y + z + t = 0 \text{ et } 2x + y = 0\}$. Quelle est la dimension de E ?

- A 1 B 2 C 3 D aucunes des trois réponses

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $[0, \frac{2\pi}{3}]$?

- A Cinq solutions B Six solutions C Sept solutions D Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right)$$

- A 0 B 1 C $+\infty$ D cette limite n'existe pas

Notes

Epreuve de physique

Durée: 2h20min

Le 2 Août 2014

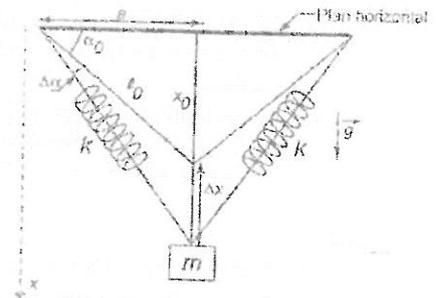
- L'épreuve contient 4 pages. Elle est composée de deux parties indépendantes : une partie rédaction et une partie QCM.
- Répondre dans la feuille « fiche de réponse ».
- L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.

PARTIE REDACTION

Physique I: (Mécanique)

Exercice 1

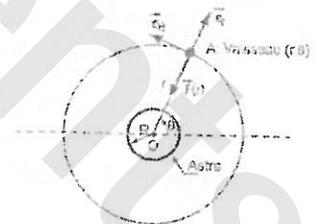
Une masse $m=50\text{kg}$ est suspendue par deux ressorts identiques de constante de raideur $k=0,5\text{N/m}$ et de longueur à vide l' . L'extrémité de chaque ressort est fixée à un plan horizontal immobile. Au repos, les ressorts sont inclinés d'un angle $\alpha_0 = 30^\circ$ avec le plan horizontal et ont une longueur de $l_0 = 2m$. En dehors de la position d'équilibre, l'angle avec l'horizontale est $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$. x_0 est la distance entre m à la position d'équilibre et le plan horizontal. On se propose d'étudier les oscillations de la masse m lorsqu'elle est écartée de la position d'équilibre par Δx puis relâchée sans vitesse initiale.



1. Donner l'expression de la longueur à vide des ressorts, l' .
2. A quelle équation différentielle en Δx ($x = x_0 + \Delta x$), la masse m , selon la verticale descendante, satisfait-elle ? le résultat est à exprimer en fonction de $m, g, k, l_0, \alpha, x_0$.
3. Si on suppose que $\Delta x \ll x_0$ et $\frac{l_0}{\sqrt{x_0^2 + a^2}} \approx 1 - \frac{x_0 \Delta x}{l_0^2}$. Ré-exprimer l'équation du mouvement trouvée dans la question 2 en fonction de m, g, k, l_0 , et α_0 .
4. Donner la valeur numérique de la période T lorsque $\alpha_0 \rightarrow 90^\circ$ à partir de l'horizontal.

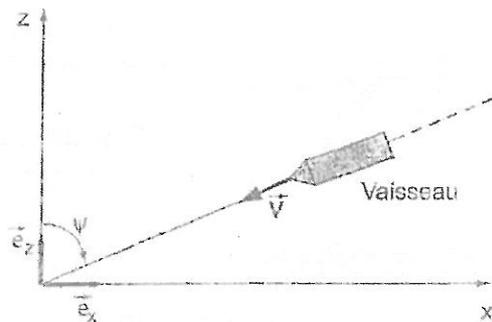
Exercice 2

Un vaisseau spatial, assimilé à un point matériel A , mobile sur une orbite circulaire par rapport à un astre de masse M , de centre O et de rayon R . La distance entre le vaisseau et le centre de l'astre est r telle que $r \gg R$. $\mathcal{R}(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ est un référentiel galiléen lié à l'astre. Supposons que, dans un premier temps, le moteur fusé est éteint et le vaisseau est en vol sur son orbite avec la vitesse $\vec{v}(A/R)$ sous l'influence de la seule force gravitationnelle $\vec{F}(r) = -\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r$.



5. Nous appelons le moment cinétique, noté ici par \vec{M}_O , la quantité vectorielle $\vec{OM} \wedge m\vec{v}(A/R)$ calculée au point O et associée au mouvement du vaisseau par rapport à l'astre. Donner la valeur vectorielle de $\left. \frac{d\vec{M}_O}{dt} \right|_P$.
6. Donner l'expression de \vec{M}_O en fonction de m, r et $\dot{\theta}$.
7. L'astre crée un champ gravitationnel $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \vec{e}_r$ ayant une symétrie sphérique. Calculer l'énergie potentielle E_p du vaisseau. (on prendra $E_p(\infty) = 0$).
8. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m du vaisseau.
9. Exprimer la période de révolution T_{rev} du vaisseau en fonction de G, M, r .

A un instant donné du voyage du vaisseau, on décide de le faire rentrer dans l'atmosphère avec une vitesse V ce qui provoque le freinage du vaisseau par les hautes couches de l'atmosphère. Ce mouvement est décrit par l'équation suivante: $m \frac{dV}{dt} = -\alpha V^2 \exp(-z/H)$ avec α est une constante positive et H une hauteur caractéristique.



10. Exprimer $\frac{dz}{dt}$ en fonction de V et de ψ .

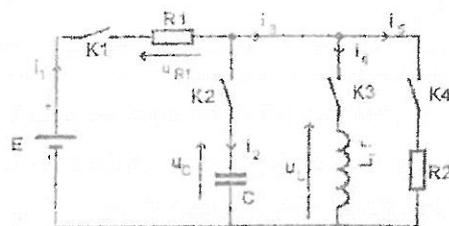
11. Donner l'expression de $\frac{dV}{dz}$ en fonction de α , m , V , H , ψ et z .

12. Si la vitesse initiale à l'altitude z_1 est V_1 , et en supposant que $\exp(-z/H) \gg \exp(-z_1/H)$ calculer $\ln\left(\frac{V}{V_1}\right)$.

Physique II (Electricité) :

On considère le circuit représenté sur le schéma ci-dessous, il comporte :

- Un générateur de tension continue $E=10V$.
- Une bobine d'inductance L et de résistance interne $r=10\Omega$.
- Un condensateur $C=200nF$.
- Deux conducteurs ohmiques $R_1=10\Omega$ et $R_2=30\Omega$.
- Quatre interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .



N.B.

- ✓ Toutes les parties sont indépendantes et les valeurs des composants peuvent changer d'une partie à l'autre.
- ✓ Dans toutes les parties on note $t=0$ le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

Partie A : K_1 et K_2 sont fermés, K_3 et K_4 sont ouverts.

1. Etablir l'équation différentielle gouvernant l'évolution de la tension $u_C(t)$ en fonction de E , R_1 et C .
2. Donner la valeur de la tension $u_C(t)$ en régime permanent.
3. Déterminer l'expression temporelle $u_C(t)$ en supposant que la tension initiale est $u_C(0)=U_0$.
4. En supposant $U_0=\alpha E$, où α est un coefficient compris entre 0 et 1, déterminer le temps t_0 au bout duquel la tension $u_C(t)$ devient égale à βE , où β est un coefficient compris entre 0 et 1.
5. Calculer le temps nécessaire pour que la tension $u_C(t)$ passe de 5% à 95%.
6. Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur C quand le régime permanent est établi.

Partie B : K_1 et K_3 sont fermés, K_2 et K_4 sont ouverts.

7. à $t=0^+$, donner l'intensité du courant i_1 .
8. Etablir l'équation différentielle qui relie l'intensité du courant i_1 et sa dérivée en fonction de E , R_1 , r et L .
9. La constante du temps vaut $1ms$, déduire la valeur de la bobine L .
10. Donner l'expression de la tension $u_{R1}(t)$ en fonction de E , R_1 , r et L .
11. Calculer l'intensité du courant i_1 en régime permanent.
12. Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

Partie C : K_1 , K_3 et K_4 sont fermés, K_2 est ouvert.

à $t=0^+$,

13. Donner l'intensité du courant i_1 .
14. Donner la valeur de la tension u_L .
15. Calculer la résistance équivalente vue par la source de tension.

Quand le régime permanent est établi :

16. Calculer la résistance équivalente vue par la source de tension.
17. Donner l'intensité du courant i_3 .

Partie D: K_1 , K_2 , K_3 et K_4 sont fermés.

Dans cette partie, le condensateur est initialement déchargé et la bobine L est remplacée par une bobine $LI=10mH$ ayant une résistance interne négligeable.

18. Etablir l'équation différentielle qui relie le courant $i_1(t)$ et ses dérivées.

PARTIE QUESTIONS A CHOIX MULTIPLES

Important: Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Pour chaque question, on vous propose 4 réponses. Cocher la réponse juste par une croix dans la case correspondante.

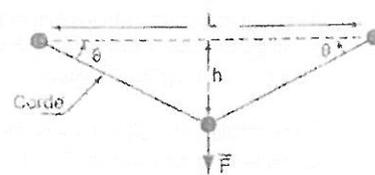
Barème : Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1

1. A $t=0$, une particule au repos située à 10m de l'origine accélère avec une valeur de $2m/s^2$ dans le sens négatif. A $t=4s$, elle acquiert une certaine vitesse avec laquelle elle continue son voyage avec une accélération nulle jusqu'à $t=7s$.

Quelle est sa position, par rapport à l'origine, à l'instant $t=7s$?

- a. -30m/s b. -8m/s c. -40m/s d. -59 m/s

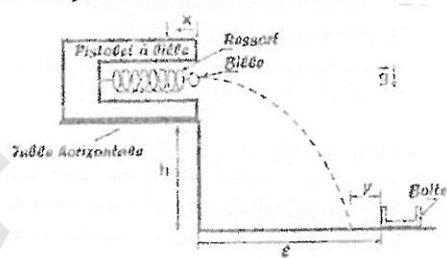
2. Supposons qu'une corde est attachée par ses deux extrémités à deux barres distants de $L=30m$. Vous prenez le milieu de la corde et vous exercez une force $F=1000N$ perpendiculaire à l'horizontale. Le point d'application de la force est situé à $h=1m$ de la ligne horizontale séparant les 2 barres.



Quelle est la tension T que vous exercerez sur le fil ?

- a. 500N b. 1000N c. 15000N d. 7500N

3. Deux enfants jouent avec un pistolet à bille, placé sur une table horizontale, où ils essayent de tirer sur une boîte située à une distance ℓ inconnue et une hauteur h du pistolet. Le pistolet projette une bille de masse m à partir du bord de la table. Il est muni d'un ressort de constante de raideur k .



Le premier enfant comprime le ressort à une distance x par rapport au bord de la table et lance la bille. Il constate que la bille est loin de la boîte d'une distance y .

Avec quelle distance x , le 2^{ème} enfant doit-il comprimer le ressort pour mettre la bille dans la boîte ?

- a. $\sqrt{\frac{2lk}{gm}}x$ b. $\sqrt{\frac{h}{2gm}}kx$ c. $\sqrt{\frac{2h}{3gm}}kx$ d. $\sqrt{\frac{gm}{hk}}x$

4. Une pile cylindrique de masse $m=10kg$ et de diamètre 20cm est enfoncée dans le sol grâce à des coups de marteau. Ce dernier, est un bloc en acier de masse $M=50kg$ chutant verticalement et librement, à plusieurs reprises, d'une hauteur de 2m. On prendra $g=9.81m/s^2$.

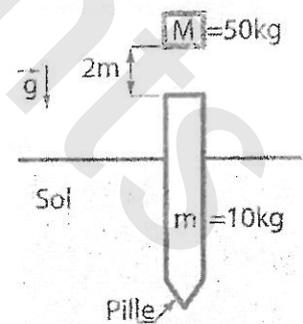
4.1 La vitesse v du bloc en acier juste avant le choc est :

- a. 6.32m/s b. 4.42m/s c. 6.26m/s d. 5m/s

4.2 En supposant que la quantité de mouvement se conserve, l'expression de la vitesse V de l'ensemble (Masse M et m) immédiatement après le choc est :

- a. $V = v$ b. Nulle c. $V = \frac{5}{6}v$ d. $V = \frac{6}{5}v$

4.3 A la $n^{ème}$ chute de la masse M et le choc avec m , la pile est enfoncée dans le sol avec $s=5$ cm de profondeur et avec une décélération a . Le choc entre les deux masses est considéré inélastique.



L'accélération a vaut :

- a. $272.48m/s^2$ b. $52.2m/s^2$ c. $195.36 m/s^2$ d. $27.24m/s^2$

*Un choc inélastique est un choc durant lequel l'énergie cinétique ne se conserve pas.

4.4 Appliquer le principe fondamental de la dynamique sur le système (Masse M et m) immédiatement après le choc pour trouver la force de résistance au déplacement (frottement) F_f due à la pénétration de la pile dans le sol. La force F_f vaut :

- a. 13.62kN b. 16.35kN c. 11.72kN d. 3.13kN

5. En alternative, un voltmètre mesure :

- a. la valeur maximale de la tension.
 b. la valeur minimale de la tension.
 c. la valeur efficace de la tension.
 d. la valeur instantanée de la tension.

6. L'impédance Z d'un dipôle :

- a. est indépendante de la fréquence N de la tension alternative.
 b. augmente avec cette fréquence.
 c. diminue avec cette fréquence.
 d. varie avec cette fréquence.

7. Une bobine se comporte comme un conducteur ohmique :

- a. lorsque le courant qui la traverse change de valeur.
 b. lorsque la tension entre ces bornes change de valeur.
 c. en régime permanent.
 d. en régime variable.

8. La tension ne peut pas présenter de discontinuité :

- a. aux bornes d'un condensateur.
 b. aux bornes d'une bobine.
 c. aux bornes d'un conducteur ohmique.
 d. aux bornes d'un interrupteur.

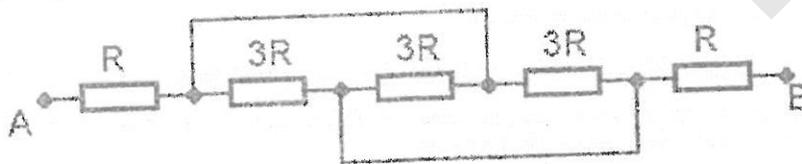
9. Dans un régime aperiodique d'un circuit RLC, le courant :

- a. passe par un maximum puis converge vers une valeur finale.
 b. converge de façon monotone vers sa valeur finale.
 c. oscille en convergeant vers une valeur finale.
 d. oscille en divergeant.

10. La constante d'amortissement d'un circuit RLC est :

- a. L/R
 b. $2L/R$
 c. LR
 d. RL

11. Quelle est la résistance équivalente du dipôle AB du montage suivant :



- a. 3R
 b. 5R
 c. 7R
 d. 11R

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
<p>Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p</p> <p>1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair.</p> <p>2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire.</p> <p>3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancais.}$</p> <p>4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$</p>	<p>1. :</p> <p>2. :</p> <p>3. :</p> <p>4. :</p>
<p>Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$</p>	<p>$S = \dots\dots\dots$</p>
<p>Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$</p>	<p>$S = \dots\dots\dots$</p>
<p>Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$</p>	<p>$S = \dots\dots\dots$</p>
<p>Mettre sous la forme $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) le nombre complexe: $z = \frac{(1+i)^2}{2-i} + \frac{3+6i}{3-4i}$</p>	<p>$z = (\dots\dots\dots) + i(\dots\dots\dots)$</p>
<p>Calculer $n = \text{card}(E)$ avec $E = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1, 2\}))$</p>	<p>$n = \dots\dots\dots$</p>
<p>Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$</p>	<p>$A_n = \dots\dots\dots$</p>
<p>Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$</p>	<p>$B_n = \dots\dots\dots$</p>
<p>On considère un segment $[A, B]$ de longueur a. Soit M_1 le milieu de $[A, B]$, M_2 le milieu de $[B, M_1]$, M_3 le milieu de $[M_1, M_2]$, M_4 le milieu de $[M_2, M_3]$, etc. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, M_{n+2} est le milieu de $[M_n, M_{n+1}]$. Exprimer la longueur AM_n en fonction de n</p>	<p>$AM_n = \dots\dots\dots$</p>

Questions	Réponses
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \dots\dots\dots$
Déssiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots\dots\dots$
Trouver tous les polynômes P vérifiant $P(2t) = P'(t)P''(t) \forall t \in \mathbb{R}$	$S = \dots\dots\dots$
On considère une fonction h dérivable sur \mathbb{R}^* telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
Soit f la fonction réelle définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$. On note par g la fonction réciproque de f . Calculer $g'(1)$.	$g'(1) = \dots\dots\dots$
Déterminer a, b, c et d (4 réels) pour que $\forall x > 0$, $\frac{a}{x+b} \leq \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \leq \frac{c}{x+d}$	$a = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $d = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$I = \dots\dots\dots$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots\dots\dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = $\dots\dots\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots\dots\dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre (0, 1, ..., 9) 6 fois et 2 opérations (+, -, ×, ÷) ?	100 = $\dots\dots\dots$

Concours commun d'accès en Première année de l'ENSAM

Université Moulay Ismail Meknès
Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Meknès

Université Hassan II Mohammedia-Casablanca
Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Casablanca

Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Physique
Durée : 2h 15 min

le 29 Juillet 2013

- L'épreuve contient 5 pages
- Répondre dans les deux feuilles : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Calculatrice non autorisée

Physique I (Mécanique) : Les parties I, II et III sont indépendantes.

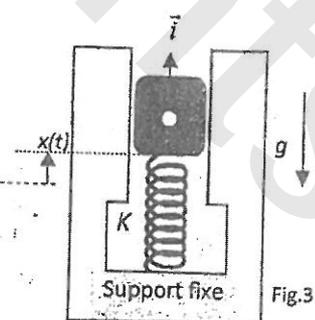
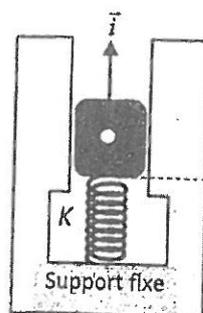
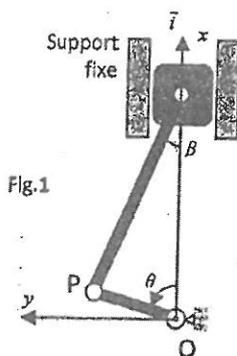
L'objet de l'étude est un système, composé de 3 solides rigides (figure 1) qui sont un piston (un petit cylindre de masse m_p), une tige rigide inextensible (PQ) de longueur l , de masse négligeable et un bras (OP) homogène de longueur R et de masse m_b , de moment d'inertie I_b (par rapport à l'axe fixe (O, Δ)). La tige (PQ) permet de lier le piston avec le bras et reste tout le temps en liaison avec le bras (au point P) et avec le piston (au point Q). Le mouvement du piston est une translation suivant l'axe vertical Ox , celui du bras (OP) est une rotation d'axe fixe (O, Δ) avec une vitesse de rotation constante ω_0 (rd/s). On note (figure 1):

- angle de rotation instantanée du bras: $\theta(t)$; angle d'inclinaison de la tige par rapport à Ox : $\beta(t)$,
- position instantanée du piston: $x(t)$ telle que $\overline{OQ} = x(t)\vec{i}$, avec \vec{i} est le vecteur unitaire suivant Ox ;
- Rapport des dimensions: $\varepsilon = R/l$, L'accélération de la pesanteur: $\vec{g} = -g\vec{i}$, avec $g(\text{m/s}^2)$.
- Les forces de frottement appliquées sur le piston (à travers sa surface latérale) par son support sont interprétées par le vecteur $\vec{f} = -\lambda x\vec{i}$, où λ est une constante positive donnée.

Important : La présente étude concerne seulement la plage de fonctionnement: $0 \leq \theta(t) \leq \pi$, correspondant à la descente du piston.

Partie I : l'objet de cette partie consiste à déterminer le couple produit sur le bras lors de la descente du piston.

1. En se basant sur un raisonnement purement géométrique (relations dans le triangle OPQ), exprimer $\sin \beta$ en fonction de θ et ε ; puis exprimer la position du piston $x(t)$ en fonction de R , l et $\theta(t)$.
2. Quelle approximation peut-on considérer pour que $x(t)$ peut s'écrire sous la forme: $x(t) \approx A \cos \theta(t) + B$, où A et B sont des constantes à identifier. Cette approximation sera considérée dans la suite du problème et on écrit: $x(t) = A \cos \theta(t) + B$.
3. Exprimer $\theta(t)$ (sachant que $\theta(t=0) = 0$), la vitesse $v(t)$ puis l'accélération $\gamma(t)$ du piston en fonction de R , ω_0 et le temps t .



Dans la suite, on considère que le piston est soumis sur sa face supérieure à une force supplémentaire $\vec{F} = -F(t)\vec{i}$, où $F(t) = F_0 \sin \theta(t)$ et F_0 est une constante positive donnée.

- On désigne par $\vec{F}_{p/t}$ et $\vec{F}_{t/p}$ les forces appliquées sur la tige, respectivement par le piston (p) au point Q et par le bras (b) au point P. Etant donné que la masse de la tige (PQ) est négligeable, en appliquant le PFD (principe fondamental de la dynamique), trouver la relation entre ces deux forces en précisant leurs directions. Justifier la relation : $\vec{F}_{t/p} + \vec{F}_{p/t} = \vec{0}$, où $\vec{F}_{t/p}$ est la force appliquée par la tige (t) sur le piston (p) au point Q.
- Au moyen d'un schéma (voir fiche des réponses), tracer le bilan des forces appliquées sur le piston. Respecter le sens du mouvement indiqué.
- En appliquant le PFD et en tenant compte de l'approximation $\cos\beta \approx 1$, déterminer le module de la force $\vec{F}_{t/p}$, en fonction de $m_p, g, \dot{x}, \ddot{x}, \theta, \lambda$ et F_0 . En déduire le module de $\vec{F}_{t/b}$ (force de la tige (t) sur le bras (b) au point P).
- En appliquant le PFD (équation des moments) au bras, déterminer le couple $C(t)$ produit sur ce bras, lors de la descente du piston, en fonction de $m_p, g, \dot{x}, \ddot{x}, \theta, \dot{\theta}, \lambda, F_0, R, I_b$, sachant que la distance du point O à la droite (PQ) est approximée par $h(t) = R \sin\theta$. Exprimer $C(t)$ en fonction de $m_p, g, \lambda, F_0, R, \omega_0$ et le temps t .

Partie II : Dans l'objectif d'estimer les forces de frottement s'opposant au mouvement du piston (masse m_p), nous réalisons une expérience, *indépendante du système étudié*, dans laquelle on rattache le piston à un ressort (masse négligeable) de longueur à vide L_0 , de raideur K (fig. 2).

- Après la mise en place du piston (m_p) sur le ressort, sa longueur est devenue L (le système piston-ressort est au repos). Exprimer $L_0 - L$ en fonction de m, g et K . Dans la suite, cette position d'équilibre statique sera considérée comme origine du mouvement vertical $x(t)$ (fig. 2 et 3).
Les forces de frottement appliquées sur le piston sont toujours de la forme $\vec{f} = -\lambda \dot{x} \vec{i}$ (avec $\lambda \geq 0$).
- On écarte le piston de sa position d'équilibre et on l'abandonne à lui-même, en appliquant le principe de la dynamique et en mettant l'équation du mouvement du piston sous la forme : $\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$, préciser les constantes μ et ω_0 en fonction de m_p, λ et K .
- On admet que la solution générale de cette équation est donnée par l'expression : $x(t) = Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t)$, où A et ω sont deux constantes positives. Exprimer τ et ω en fonction de μ et ω_0 . Préciser sous quelle condition sur K , en fonction de λ et m_p , l'expression $x(t) = Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t)$ sera valable.
- La quantité $(Ae^{-t/\tau})$ est dite amplitude instantanée du mouvement, calculer μ et λ sachant qu'au bout de $t=1s$ cette amplitude est devenue $A/2$, avec $m_p=0.5 \text{ kg}$ (on donne $\ln 2=0.69$).

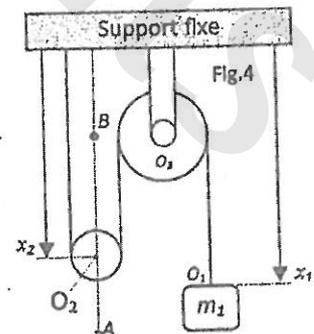
Partie III : Un système S de levage (fig.4) est constitué d'une masse m_1 , d'une poulie d'axe mobile, d'une poulie d'axe fixe et d'un câble inextensible, tel que :

- Poulie mobile : centre O_2 , rayon R_2 , masse m_2 , moment d'inertie négligé,
- Poulie d'axe fixe : centre O_3 (qui fait la distance d par rapport au support fixe), rayon R_3 , moment d'inertie I_3 , vitesse de rotation (par rapport à son axe fixe) $\omega_3(t)$,
- Câble : inextensible, longueur totale L , de masse négligeable.

La trajectoire du point O_2 est le segment de droite AB. On désigne par $x_1(t)$ et $x_2(t)$ les positions instantanées respectives de la masse m_1 et de la poulie mobile. Le sens positif est orienté vers le bas, l'accélération de la pesanteur g est également vers le bas.

- On note x_{01} et x_{02} les positions initiales (à $t=0$) respectives de m_1 et de m_2 , exprimer l'énergie potentielle Ep_1 de m_1 et Ep_2 de m_2 en fonction de $m_1, m_2, g, x_1, x_2, x_{01}$ et x_{02} en considérant Ep_1 nulle en x_{01} et Ep_2 nulle en x_{02} .
- Exprimer l'énergie cinétique E_c de S en fonction de $m_1, m_2, I_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2$ et ω_3 ;
En déduire son énergie mécanique E_m en fonction de $m_1, m_2, I_3, R_3, g, x_1, x_2, x_{01}, x_{02}, \dot{x}_1$ et \dot{x}_2 .

- Du fait que le câble est inextensible, sa longueur totale L vérifie à chaque instant l'équation $L = x_1 + 2x_2 + C$. Trouver la constante C en fonction de R_2, R_3 et la distance d .
- Trouver l'accélération de la poulie mobile en fonction de m_1, m_2, I_3, R_3 et g .

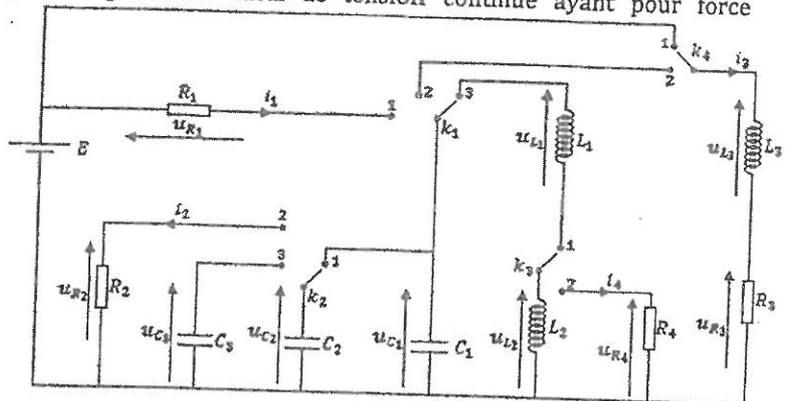


Physique II (Electricité) : Les parties A, B, C, D et E sont indépendantes.

Le montage ci-dessous est alimenté par un générateur idéal de tension continue ayant pour force électromotrice : $E = 10V$.

Il comporte :

- Trois condensateurs de capacités : C_1, C_2 et C_3 .
- Trois bobines d'inductances : L_1, L_2 et L_3 , ayant toutes des résistances internes négligeables.
- Quatre conducteurs ohmiques : R_1, R_2, R_3 et R_4 .
- Quatre interrupteurs : k_1, k_2, k_3 et k_4 .



Le tableau suivant regroupe l'ensemble des composants avec leurs valeurs.

Composant	Nature	Valeur
R	Résistance	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100 \Omega$
L	Bobine	$L_1 = L_2 = 50 \text{ mH}$ et $L_3 = 100 \text{ mH}$
C	Condensateur	$C_1 = C_2 = 10 \mu\text{F}$ et $C_3 = 100 \mu\text{F}$

Partie A. k_1 est en position (1) et k_2 est en position (1).

Dans cette partie, on note : C , la capacité du condensateur équivalent aux deux condensateurs C_1 et C_2 en parallèle. On note aussi : t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives, et on suppose qu'à cet instant les condensateurs sont totalement déchargés.

1. Quelle est la valeur du courant i_1 en régime permanent ?
2. En régime permanent, quelle sera la charge q_1 en mC , au niveau du condensateur C_1 ?
3. Quelle sera la valeur, en mJ , de l'énergie stockée au niveau du condensateur C_1 ?
4. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} en fonction de R_1, C et E ?
5. On donne l'expression temporelle du courant $i_1(t) = Ae^{-Bt}$. Donner les expressions des constantes A et B en fonction de R_1, C et E .

Partie B. k_2 est en position (2).

Dans cette partie, on note : t_0 , l'instant où l'interrupteur k_2 bascule vers la position (2), et on suppose que $u_{C_2}(t_0) = 10V$.

6. Donner l'expression temporelle de la tension $u_{C_2}(t)$ en fonction de R_2 et C_2 .
7. Quelle est la valeur, en mA , du courant i_2 qui traverse la résistance R_2 à l'instant t_0 .
8. Quelle sera l'énergie stockée dans le condensateur C_2 en régime permanent ?

Partie C. k_2 est en position (3).

Dans cette partie, on note Q_2 et Q_3 , respectivement les charges aux niveaux des condensateurs C_2 et C_3 , et l'instant t_0 , l'instant où l'interrupteur k_2 bascule vers la position (3).

9. Quelle sera l'expression de la charge Q_3 en fonction de $Q_2(t_0), Q_3(t_0), C_2$ et C_3 ?
10. Supposant que : $Q_2(t_0) = 0.1 \text{ mC}$ et $Q_3(t_0) = 0C$, quelle sera la valeur de la tension $u_{C_2}(t)$?
11. Supposant que : $Q_2(t_0) = 0.1 \text{ mC}$ et $Q_3(t_0) = \frac{Q_2(t_0)}{2}$ Quelle est la valeur de l'énergie, en mJ , qui sera stockée au niveau de C_3 ?

Partie D. k_1 est en position (3), k_2 est en position (1) et k_3 est en position (1).

Dans cette partie, on note L l'inductance équivalente des bobines L_1 et L_2 en série, et t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

On suppose aussi que $u_{C_1}(t_0) = 5V$.

12. Quelle est la valeur, en mH , de l'inductance L ?
13. Quelle est la valeur, en mJ , de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine L_1 ?
14. Quelle est la valeur maximale du courant traversant la bobine L_1 ?

Partie E. k_1 est en position (2), k_2 est en position (1) et k_4 est en position (2).

15. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} .

Université Moulay Ismaïl
 Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| Questions à réponse précise, Partie A ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(4x) - \sin^4(4x) = 1$	
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^2 = a + ib$	
Calculer $C = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left(\left(f(x^2)\right)^2\right)$	
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ avec $x \in E$, trouver $f(E)$	
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels multiples de 3 entre 0 et x ?	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

|| Questions à réponse précise, Partie B ||

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
<p>Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $\forall x \in [a, b], f(a+b-x) = f(x)$. on pose $I = \int_a^b f(x)dx$ et $J = \int_a^b xf(x)dx$. Calculer J en fonction I.</p>	
<p>Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E. On appelle différence symétrique de A et B, notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de $E : A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_B^A$</p>	
<p>Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.</p>	
<p>On note $u_n = 25^n + 2^{3n+1}$. Trouver $a, b \in \mathbb{Z}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$</p>	
<p>Calculer $D = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$</p>	
<p>Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. Soit k un entier compris entre 1 et n. Utiliser l'égalité $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$ pour calculer S_n.</p>	
<p>Soit x un réel et $E(x)$ la partie entière de x. Déterminer</p> $F = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{E(x) + E(2x) + E(3x) + \dots + E(nx)}{n^2}$	
<p>De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)</p>	
<p>Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$</p>	
<p>Le 1^{er} juin 2012, les participants d'un club d'astronomie ont observé le corps céleste A qui apparaît tout les 51 jours. Le 28 juin 2012, ils ont observé le corps céleste B, qui apparaît tout les 72 jours. A quelle date devront-ils fixer une nouvelle réunion pour observer simultanément les deux corps?</p>	
<p>Déterminer un cercle de centre Ω et de rayon R tangent aux trois droites d'équations respectives :</p> $y = 2x + 1, y = 2x + 7 \text{ et } y = -\frac{1}{2}x$	

Epreuve de Physique

Durée : 2h 30

Meknès, le 26 Juillet 2012

- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Physique I (Mécanique) : Les parties I, II et III sont enchainées, la partie IV est indépendante.

Problème A : On considère une motocyclette de masse m (y compris la masse du motocycliste), qui roule sur un plan horizontal ou incliné avec une vitesse v (parallèle au chemin de déplacement). La motocyclette se met en mouvement grâce à son moteur qui développe une force de traction F . On note par $g(m/s^2)$ l'accélération de la pesanteur. Lors de son mouvement, la motocyclette est tout le temps soumise à deux forces qui s'opposent au mouvement :

- Force F_r (appelée résistance au roulement), donnée par la formule : $F_r = f_r mg$, où f_r est un coefficient supposé constant;
- Force F_a , résistance de l'air (appelée force aérodynamique), donnée par l'expression : $F_a = \frac{1}{2} \rho A C_d v^2$, où ρ , A et C_d sont des constantes. ρ : masse volumique de l'air, A : surface frontale de (motocyclette) et C_d : coefficient constant. La vitesse v est exprimée en m/s et F_a (N).

Les directions de F_r et F_a sont parallèles à la direction du mouvement. Pour les applications numériques, on prendra : $g=10 \text{ m/s}^2$, $m=200 \text{ kg}$, $\rho=1.25 \text{ Kg/m}^3$, $A=0.6 \text{ m}^2$, $C_d=0.75$ et $f_r = 0.007$.

Partie I

1. Pour une accélération constante γ , sur plan horizontal, exprimer la force de traction F et la puissance P de la motocyclette que son moteur doit fournir en fonction de la vitesse v , γ et des données. Après application numérique ($\gamma=1\text{m/s}^2$), donner cette puissance en fonction de v .
2. Calculer cette puissance (notée P_m) pour une vitesse maximale $v = 100 \text{ km/h}$.
3. La motocyclette grimpe une pente d'angle α inconnu avec une vitesse constante, exprimer l'angle maximal de la pente qu'on peut franchir pour une vitesse v donnée, en supposant que la puissance fournie par le moteur est maintenue constante à sa valeur maximale P_m . Calculer $\alpha(^{\circ})$ pour $v=100 \text{ km/h}$.
4. Dans cette question, la motocyclette grimpe une pente, qui fait un angle α par rapport à l'horizontale, avec une loi de vitesse, représentée sur la figure 1. Exprimer la force de traction F , au début de la décélération, en fonction du temps de décélération Δt , v_{max} et des données. Calculer F pour $\alpha=5^{\circ}$, $\Delta t = 13.63 \text{ s}$ et $v_{max} = 80 \text{ km/h}$.

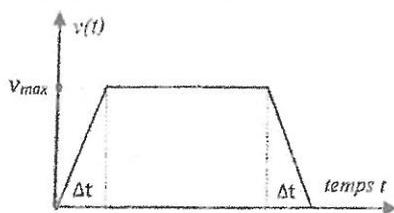
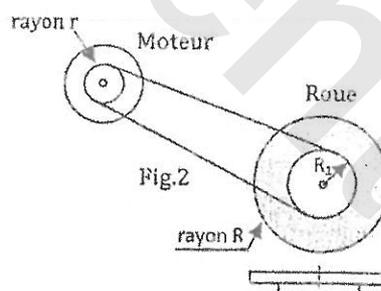


Fig.1

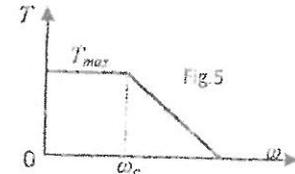
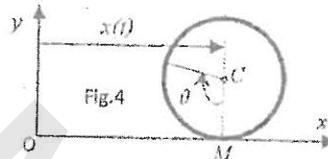
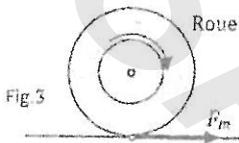


Partie II : Dans l'objectif de déterminer les relations entre les grandeurs relatives au moteur de la motocyclette à celles relatives à la roue, nous considérons le montage d'essai de la figure 2 : le moteur entraîne l'une des deux roues (cette roue est appelée par la suite roue motrice) à travers une courroie inextensible (assimilée à un brin) et sans glissement (dans ce montage, les axes de rotation sont supposés fixes). La roue motrice est assimilée à un plateau composé de deux cylindres homogènes coaxiaux en

aluminium de rayons respectifs R et R_1 , ayant même hauteur h , la masse volumique de l'aluminium est $\rho_a = 2690 \text{ kg/m}^3$. On donne :

- Le moment d'inertie du moteur : *négligée*
- Rayon de l'arbre moteur où passe la courroie : $r = 5,75 \text{ cm}$
- Grand rayon de la roue motrice, $R = 21 \text{ cm}$, hauteur h ($h = 0,2 \text{ cm}$)
- Rayon au niveau de la roue (motrice), où passe la courroie, $R_1 = 11,5 \text{ cm}$

5. Exprimer le moment d'inertie de la roue motrice, I_r , en fonction de ρ_a , h , R et R_1 . Calculer I_r en (kg.m^2) .
Rappel : le moment d'inertie d'un cylindre de rayon R par rapport à son axe est $I = mR^2/2$.
6. Exprimer la vitesse angulaire ω_R de la roue motrice en fonction de la vitesse angulaire ω_m du moteur et les rayons r et R_1 . Justifier votre réponse. En déduire une relation similaire entre les accélérations angulaires $\dot{\omega}_m$ et $\dot{\omega}_R$. On pose par la suite : $G = \omega_R / \omega_m$.
7. Le couple T_e développé par le moteur est transmis à la roue motrice à travers la courroie, on désigne sa valeur par T_R appliqué sur la roue. On admet la relation entre ces deux couples : $T_e = G \cdot T_R$. Soit F_m la composante tangentielle qui matérialise l'action appliquée par le sol sur la roue motrice (fig.3). Par application du principe de la dynamique, exprimer F_m en fonction de R , G , I_r , $\dot{\omega}_R$ et T_R . Dans la suite, on admet que l'effort F_m exprimé dans cette question soit l'effort de traction que le moteur développe pour avancer.

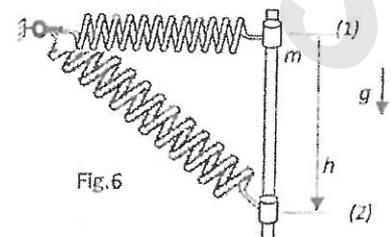


Partie III : On considère ici que la roue roule sans glisser sur un plan horizontal (*absence de glissement*).

8. Pour un angle θ réalisé par la roue lors de son roulement, exprimer la distance x parcourue par son centre C (fig.4).
9. Exprimer la relation entre la vitesse linéaire v du point C (égale à celle de la roue elle-même et égale aussi à la vitesse de la motocyclette) et la vitesse angulaire de la roue ω_R . En déduire une relation similaire entre les accélérations linéaire \dot{v} de C et angulaire $\dot{\omega}_R$.
10. En appliquant la loi de la dynamique au centre de gravité de la motocyclette et en négligeant F_f et I_r (aussi bien pour les questions 11 et 12), exprimer T_e sous la forme : $T_e = A\dot{v} + Bv^2$, où A et B sont des constantes à identifier en fonction des données.
11. En admettant que le couple T_e soit donné en fonction de la vitesse angulaire ω du moteur : $T_e \text{ (Nm)} = 153 - 1,16 \omega_m \text{ (rd/s)}$, $T_{\text{max}} = 34 \text{ Nm}$, calculer la valeur de ω_c (figure 5).
12. Après A.N., Donner l'équation différentielle du mouvement de la motocyclette dans le cas $\omega_c \leq \omega \leq \omega_{\text{max}}$.
A votre avis, quel sera l'intérêt de cette équation différentielle.

Partie IV : On considère un système composé d'un petit cylindre assimilé à un point matériel de masse $m = 10 \text{ kg}$ et d'un ressort de raideur $k = 500 \text{ N/m}$ et de longueur initiale $l_0 = 100 \text{ mm}$, sa longueur dans la position horizontale (1) est $l = 200 \text{ mm}$. La masse m glisse sans frottement le long d'une tige verticale, tel qu'il est illustré sur la figure 6. La masse est lâchée du repos à partir de la position (1), elle atteint la position (2), située à la distance h avec une vitesse v_2 (2). On choisit la position (1) comme référence pour l'énergie potentielle due à la pesanteur. On note E_p : énergie potentielle, E_c : énergie cinétique et E_m : énergie mécanique, relatives au système.

13. Calculer E_{p1} et E_{m1} du système (masse-ressort) dans la position (1).
14. Exprimer E_{p2} , E_{c2} en fonction de m , g , l , l_0 , h , k et v_2 du système dans la position (2).
15. Exprimer la vitesse v_2 de la masse lors de son passage vers le bas devant la position h , en fonction de m , g , h , l , l_0 et k .
Calculer v_2 pour $h = 150 \text{ mm}$.



Physique II (Electricité) :

Problème.

Sur la figure (Fig.1) est schématisé un circuit électrique comportant un générateur de tension continue de force électromotrice $E = 10 \text{ V}$, un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, trois conducteurs ohmiques de résistances R_1 , R_2 et R_3 , et quatre interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .

On utilise une centrale d'acquisition qui permet de visualiser les tensions u_C et u_L et le courant i_L .

Toutes les expériences sont indépendantes, et les valeurs de R_1 , R_2 , R_3 , L et C peuvent changer d'une expérience à l'autre.

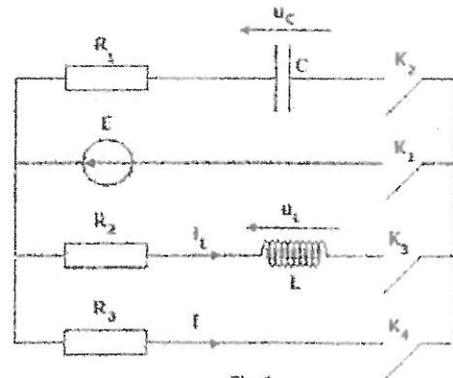


Fig.1

Expérience A.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés, K_3 et K_4 sont ouverts.

1. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C en fonction de R_1 , C et E .
2. La résistance $R_1 = 20 \Omega$, et la constante du temps du circuit vaut $0,4 \text{ ms}$. Déduire la valeur de la capacité C .
3. Une fois le condensateur totalement chargé, quelle sera la valeur de la tension u_C à ses bornes ?
4. Si l'on remplace R_1 par deux conducteurs ohmiques montés en parallèle de résistances $R = 10 \Omega$ chacun. Quelle sera la valeur de la constante du temps du nouveau circuit ?

Expérience B.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_3 sont fermés, K_2 et K_4 sont ouverts.

Le courant i_L est reporté sur la figure (Fig.2).

5. Quelle est la valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL ?
6. En déterminant la valeur finale du courant i_L , donner la valeur de la résistance R_2 .
7. Déduire la valeur de l'inductance L .
8. On remplace la bobine par deux bobines montées en série d'inductances $L_1 = 0,6 \text{ H}$ et L_2 . Déterminer la valeur de L_2 pour que le circuit ait une constante de temps double.

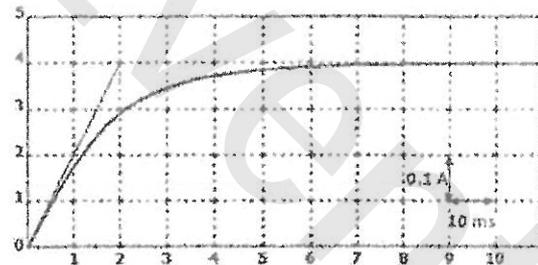


Fig.2

Expérience C.

Les résistances R_1 et R_2 sont court-circuitées (on peut considérer $R_1 = R_2 = 0 \Omega$), les interrupteurs K_2 et K_3 sont fermés, K_1 et K_4 sont ouverts.

On mesure la fréquence propre d'oscillation à l'aide d'un oscilloscope et on trouve $f_0 = 356 \text{ Hz}$. Quand on branche un autre condensateur de capacité $C' = 10 \mu\text{F}$, on trouve $f_0 = 270,7 \text{ Hz}$.

9. Calculer la valeur de la capacité C et la valeur de l'inductance L .

Expérience D.

Les résistances R_1 et R_2 sont court-circuitées (on peut considérer $R_1 = R_2 = 0 \Omega$), et on remplace la bobine par une autre d'inductance L' et de résistance r .

Initialement, le condensateur est complètement chargé, et est supposé de capacité $C = 50 \mu\text{F}$.

A l'instant $t=0$, les interrupteurs K_2 et K_3 sont fermés, K_1 et K_4 sont ouverts.

L'évolution de la tension u_c et reportée sur la figure (Fig.3).

10. En supposant que la pseudo-période est à peu près égale à la période propre d'oscillation du circuit LC, calculer la valeur de l'inductance L' .

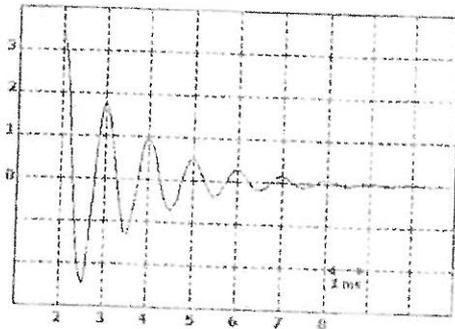


Fig.3

Exercice.

Répondre par Vrai ou Faux

1.	La constante de temps d'un dipôle RL est inversement proportionnelle à la valeur de la résistance.
2.	La constante du temps d'un circuit RL est égale à la durée nécessaire pour que le courant y circulant se stabilise.
3.	La période propre d'oscillation d'un circuit LC augmente lorsque la valeur de la capacité C augmente.
4.	On peut considérer que la résistance interne d'une bobine L n'a aucun effet sur la période d'oscillation d'un circuit LC.
5.	La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours inférieure à la valeur de la capacité la plus faible.
6.	Dans un circuit LC parfait la tension aux bornes du condensateur tend vers zéro en régime permanent.
7.	L'intensité du courant dans un circuit RC en début de charge est non nulle même si le condensateur est initialement déchargé.
8.	La résistance équivalente de deux conducteurs ohmiques en série est toujours supérieure à la valeur de la résistance la plus grande.
9.	On ne peut pas utiliser un oscilloscope pour mesurer l'intensité du courant dans un circuit RC.
10.	L'impédance d'un condensateur en régime continu est très faible.
11.	La valeur efficace d'une tension sinusoïdale peut être négative.
12.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance d'une bobine augmente.
13.	Si le courant traversant une bobine est constant, alors forcément la tension à ses bornes est nulle.
14.	La tension aux bornes d'un condensateur est en avance de phase par rapport au courant le traversant.
15.	La capacité équivalente de deux condensateurs en parallèle est toujours de valeur supérieure à la valeur de la capacité la plus grande.
16.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance du condensateur augmente.
17.	En régime continue, un condensateur est équivalent à un court-circuit.
18.	Quand un condensateur est totalement chargé, le courant qui le traverse est nul.
19.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RC, est toujours aperiodique.
20.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RLC en régime libre, est toujours pseudopériodique.

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Questions	Réponses
<p>Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))</p> <p>Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?</p> <p>(a) Toute application injective d'un ensemble dans lui même est bijective</p> <p>(b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$</p> <p>(c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$</p> <p>(d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$</p> <p>(e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel</p>	
<p>Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes :</p> <p>(a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$</p> <p>(b) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E</p> <p>(c) La fonction h, définie sur \mathbb{R}, atteint toutes les valeurs de \mathbb{N}</p> <p>(d) Tout réel possède une racine carré dans \mathbb{R}</p> <p>(e) Etant donnés trois réels, il y en a au moins deux de même signe</p>	

|| Questions à réponse précise, Partie II ||

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Déterminer l'ensemble des polynômes P tels que $P'(x^2) = (x^2 + 1)P(x)$	
Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $198x + 216y = 36$	
E, F et G étant trois ensembles finis exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles $E, F, G, E \cap F, E \cap G, F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	
Exprimer à l'aide d'intervalles de \mathbb{R} l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, * et /	
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}\right)^{20}$	
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	
Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A, B et C de coordonnées : $A(2, 4), B(-2, 1)$ et $C(4, 3)$. On note d la distance du point A à la droite (BC) . Donner la valeur de d .	
Calculer la limite de la suite dont le terme général est donné par : $u_1 = \sqrt{2}, u_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}, u_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$	

|| Questions à réponse précise, Partie III ||

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
<p>Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation :</p> $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	
<p>Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x</p>	
<p>Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$</p>	
<p>Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f, définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{2e^x+1}{1-e^x}$</p>	
<p>Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1$</p>	
<p>On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$</p>	
<p>Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par</p> $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ xe^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ <p>Calculer $F(x) = \int_0^x f(x) dx$ avec $x \in I$</p>	
<p>Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$</p>	
<p>Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x$ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$</p>	
<p>Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?</p>	

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS-MEKNES

Concours d'entrée en Première année de l'ENSAM de Meknès
Filières : Sciences Mathématiques A et B

Meknès, le 09 Aout 2011

Epreuve de Physique

Durée : 2h 30

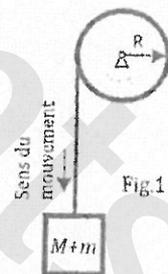
- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses »
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Les pages 5/6 et 6/6 sont des fiches des réponses à rendre.

Exercice 1.

Soit un ascenseur de masse M , destiné à soulever une charge dont la masse maximale est notée m . Son mouvement vers le haut est freiné par une force de frottement \vec{f} , supposée constante. On désigne par T la force de traction, développée par le moteur de l'ascenseur pour faire monter la charge. Soit v la vitesse de montée du système (ascenseur+charge). On donne : $M = 1000 \text{ Kg}$, $m = 800 \text{ Kg}$, $f = 4000 \text{ N}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Exprimer la force de traction T nécessaire au soulèvement du système à une vitesse constante en fonction de M , m , g et f . Calculer la puissance P_1 que doit fournir le moteur pour $v = 3 \text{ m/s}$.
2. Exprimer la puissance P_2 que doit fournir le moteur pour réaliser une accélération constante de module γ vers le haut en fonction de M , m , g , γ , f et la vitesse instantanée v (on néglige l'inertie du moteur). Calculer cette puissance à l'instant $t = 2 \text{ s}$ si le départ était à vitesse nulle et $\gamma = 0.8 \text{ m/s}^2$.
3. Le câble de traction (de masse négligeable) de l'ascenseur s'enroule sur le moteur au moyen d'un tambour de rayon R , le tambour a une inertie J par rapport à son axe (Fig.1). A un moment donné, le tambour se trouve sans liaison avec le moteur et le système est alors en chute libre. Trouver l'accélération γ du système en fonction de M , m , J , R , g et f .
4. Calculer la distance parcourue pour une durée d'une seconde, en négligeant le moment d'inertie J du tambour, (indication : le frottement est toujours existant (force $f=4000 \text{ N}$) et vitesse initiale nulle).



Exercice 2.

Soit une bille de masse m , en chute au sein d'un fluide (Fig.2), dans le champ de pesanteur uniforme d'accélération $\vec{g} = -g\vec{z}$, lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur h . La bille est assimilée à un point matériel (son volume est nul), sa position est repérée par la cote $z(t)$ relativement à l'axe vertical ascendant (Oz) du repère galiléen $R(Oxyz)$, ses coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont constamment nulles.

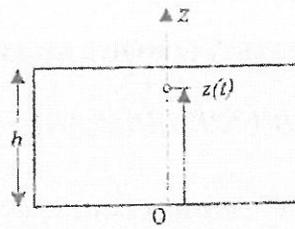


Fig. 2

Cas I : La poussée d'Archimède et le frottement du fluide sont négligés.

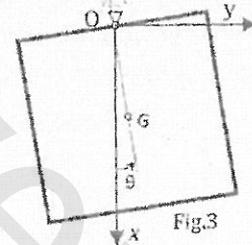
- Exprimer l'accélération γ de la bille en fonction de g . En utilisant les conditions initiales, déterminer l'équation horaire $z(t)$ du mouvement de la bille.

Cas II : La poussée d'Archimède est toujours négligée, mais le frottement du fluide n'est plus négligé et il est représenté par une force telle que $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ agissant sur la bille ; \vec{v} étant le vecteur vitesse instantanée de la bille et α est une constante positive.

- Établir l'équation différentielle du mouvement de la bille.
- On admet que la vitesse peut se mettre sous la forme $v(t) = \frac{-mg}{\alpha} + A e^{-t/\tau}$, où A et τ sont des constantes à identifier : déterminer A et τ en fonction de m, g et α .
- déterminer la position $z(t)$ de la bille en fonction de m, α, g, h et le temps t .

Exercice 3.

On considère un pendule pesant constitué d'une plaque homogène de forme carrée, de côté $2b$, de centre de gravité G , de masse m , située dans le champ de pesanteur d'accélération g suivant l'axe vertical (Ox) ; elle est suspendue au milieu de l'un de ses côtés (fig.3) et réalise, dans le repère galiléen $R(Oxy)$, des oscillations autour de sa position d'équilibre, sans frottement. Pour une position quelconque, la plaque est repérée par l'angle θ que forme la droite (OG) avec la verticale. On donne le moment d'inertie de la plaque par rapport à l'axe (Oz) : $J = \frac{5mb^2}{3}$.



- Exprimer l'énergie potentielle E_p de la plaque, en fonction de m, g, b et θ . On prendra $E_p = 0$ pour $\theta = 0$.
- Exprimer son énergie cinétique E_c et son énergie mécanique E_m , en fonction de b, m, g, θ et $\dot{\theta}$.
- Si à l'instant initial, la plaque est lâchée sans vitesse initiale à partir de l'angle θ_0 , déterminer la vitesse maximale v_{max} de son centre de masse en fonction de b, g et θ_0 .
- En utilisant la loi de conservation de l'énergie mécanique, établir l'équation différentielle du mouvement de la plaque.

Dans la suite, on considère les petites oscillations de la plaque, on rappelle que $\cos^2 \theta \approx 1 - \theta^2/2$ et $\sin \theta \approx \theta$ pour θ petit. On donne pour les applications numériques : $\theta_0 = \pi/20$, $b = 0.1\text{m}$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Calculer la période T du mouvement de la plaque autour de sa position d'équilibre. Déterminer l'équation horaire du mouvement de la plaque (avec application numérique).
- Exprimer puis calculer les composantes γ_x et γ_y de l'accélération du centre de gravité G , à l'instant $t = T/4$.
- Exprimer puis calculer les composantes R_x et R_y de la force du support sur la plaque au point O , à l'instant $t = T/4$.

Exercice 4.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 24V$, deux condensateurs de capacités respectives : $C_1 = 1.0 \mu F$ et $C_2 = 150 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

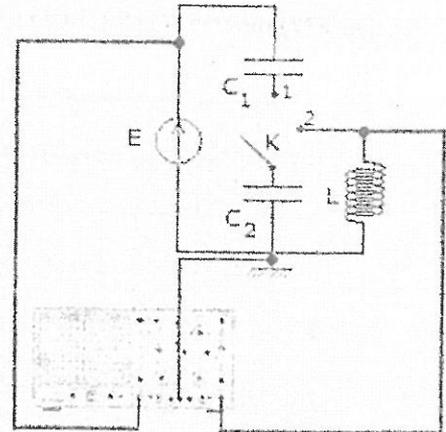


Fig.4

L'interrupteur k est en position (1).

16. Donner l'expression de la capacité équivalente C des deux capacités C_1 et C_2 .
17. Calculer sa valeur numérique.
18. Donner l'expression de la tension aux bornes de la capacité C_2 lorsque les deux condensateurs sont complètement chargés.
19. Calculer sa valeur numérique.
20. Donner l'expression de la charge électrique Q_2 du condensateur C_2 .

L'interrupteur k est en position (2).

La figure (5) illustre la tension aux bornes de la bobine L .

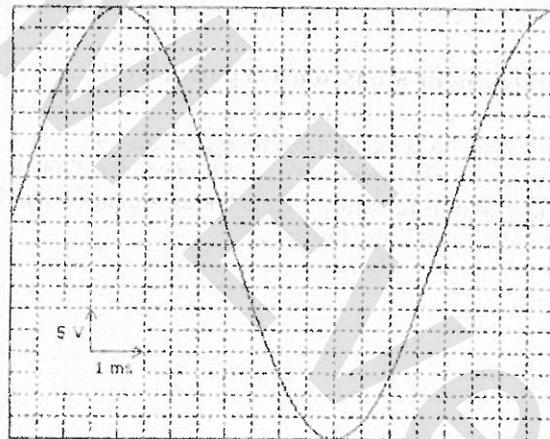


Fig.5

21. Donner l'équation différentielle vérifiée par cette tension qu'on note $u_L(t)$.
22. Donner l'expression de la tension $u_L(t)$.
23. Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations en fonction de L et C_2 .
24. Calculer sa valeur numérique.
25. Déduire la valeur de l'inductance L .

Exercice 5.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 15V$, deux résistances R_1 et R_2 , un condensateur de capacité $C = 42 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

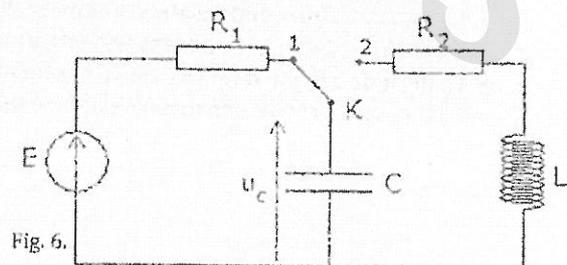


Fig. 6.

La figure (7) montre l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.

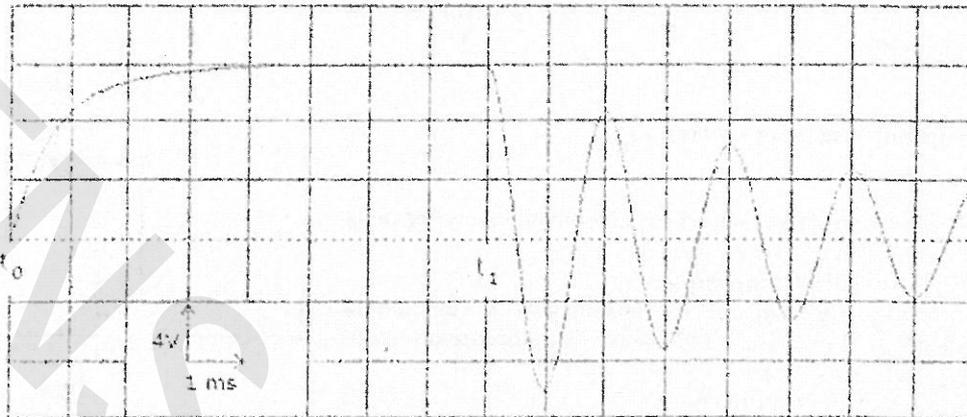


Fig. 7.

A l'instant t_0 , l'interrupteur K est en position (1).

26. La constante du temps du circuit RC étant égale à 0.9 ms. Quelle est la valeur de la résistance R_1 ?
 27. Une fois le condensateur est complètement chargé, calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

A l'instant t_1 , l'interrupteur K bascule à la position (2).

28. Déterminer la valeur de la pseudo-période d'oscillation.
 29. Donner l'expression de la période d'oscillation propre d'un circuit LC.
 30. Sachant que la pseudo-pulsation peut être approximée par la pulsation propre d'un circuit LC, déterminer la valeur de l'inductance L.

Exercice 6.

Répondre par vrai ou faux.

- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'un condensateur augmente.
- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'une bobine augmente.
- La valeur efficace d'une tension sinusoïdale de valeur maximale 5V est égale à 3.53V.
- La valeur maximale du déphasage entre deux tensions sinusoïdales est égale à π rad.
- La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux capacités.
- La résistance équivalente de deux résistances en parallèle est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux résistances.
- La capacité d'un condensateur augmente d'autant plus que l'épaisseur de son diélectrique est faible.
- En régime continu, le courant traversant un condensateur est toujours nul.
- La période propre d'un circuit LC est inversement proportionnelle à la capacité.
- La puissance active consommée par un dipôle est toujours supérieure à la puissance apparente.

Corrigé Physique 2016 SH A & B

Physique II (Electricité) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fautive ou pas de réponse : 0			
N° question	Réponse	Note	N° question
I.1.	$\ominus \frac{dq_1(t)}{dt} + \frac{1}{RC} q_1(t) = 0 \Rightarrow q_1(t) = q_0 e^{-t/RC}$		1.7.
I.2.	$i_{C1}(t) = -\frac{q_1(t)}{RC} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC}$		1.8.
I.3.	$i_{C1}(\infty) = 0 \text{ A}$		2.1.
I.4.	$W = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C}$		2.2.
I.5.	$q_2(t) =$		2.3.
I.6.	$i(\infty) = \frac{E}{2R}$		2.4.
TOTAL/24pts			

QCM Physique II (Electricité) Une réponse juste : +2, Pas de réponse : 0, Une réponse fautive ou plus d'une seule réponse :-1			
N° question	Réponse	Note	N° question
I.1.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input checked="" type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		2.2.
I.2.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input checked="" type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		3.
2.1.	a. <input checked="" type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		4.
TOTAL/12pts			

TOTAL de l'épreuve de physique /68pts

Fiche de réponse :

Physique I (Mécanique) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0

N° question	Réponse	Note	N° question n	Réponse	Note
1.1	$\vec{T} =$		1.6.		
1.2.	$E_p(x) =$		1.7.		
1.3.			2.1.	$S =$	
1.4.			2.2.	$E_p(s) =$	
1.5.			2.3.		
TOTAL/20pts					
Fiche de réponse :					
QCM Physique I (Mécanique) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1					
N° question	Réponse				Note
1.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
2.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
3.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
TOTAL/12pts					
N° question	Réponse				Note
4.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input checked="" type="checkbox"/>	
5.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
6.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filière Sciences Mathématiques A et B
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

مركز تنمية التكوين
مهرجان 2 من 13 - مكناش
هاتف وفاكس 92 66 46 35 05

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

Questions	Réponses
Q1 Soit la proposition P: " $\forall a \in \mathbb{R}^*; a + \frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de la proposition P.	\bar{P} : " $\exists a \in \mathbb{R}^*; a + \frac{1}{a} < 2$ " P est vraie
Q2 Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1 ?	$4 \times 8^3 = 2048$
Q3 Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi i}{7}}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S = -1/2$
Q4 Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$, et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C.	$z = [1, \pi/3]$ $\theta = \pi/3$
Q5 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $3^{\cos(x)} + 3^{\cos(\pi-x)+1} \leq 2\sqrt{3}$.	$S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
Q6 Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$.	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3/4$
Q7 Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x > 0$ et $g(0) = a \in \mathbb{R}$. Déterminer la valeur de a pour que g soit continue sur $[0, +\infty[$.	$a = 1$
Q8 Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =]0, +\infty[$ $f^{-1}(x) = -\ln(e^x - 1)$
Q9 Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e.	$F(x) = \ln(\ln(x)) + 1$
Q10 Calculer, en utilisant les sommes de Riemann, la limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2+k^2}$.	$\lim_n u_n = \pi/4$
Q11 Soient $f(x) = \frac{x}{1+x^2} - \text{Arctan}(x)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par C_f et les droites $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$.	$A = \pi/4 - \ln(2)$
Q12 Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx, \forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n = 0$
Q13 Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle (E): $y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe passe par $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 = \sin^2(x) + \sqrt{2} \cos(2x) + \frac{1}{2} \sin(2x)$
Q14 Soit S la sphère d'équation cartésienne: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent P à S au point $O(0,0,0)$.	(E): $x + y = 0$
Q15 Sachant que $10^{3n} \equiv 1[27], \forall n \in \mathbb{N}$, déterminer le reste r de la division euclidienne de $10^{100} + 100^{10}$ par 27.	$r = 2$
Q16 Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $x^2 - 2y^2 + xy + 2 = 0$	$S = \{(0,1), (0,-1), (-1,1), (1,-1)\}$
Q17 Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P = \frac{98}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{294}{10000}$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt

Q18. Soit $M_3(\mathbb{R})$ l'espace des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels. La matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ vérifie :

- $A^3 \neq 2I$
 A non inversible
 $\{I, A^3\}$ libre dans $M_3(\mathbb{R})$
 A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{2}A^2$

Q19. Soient l'espace vectoriel réel $E = \{f: x \mapsto (ax + b)e^{2x}; a, b \in \mathbb{R}\}$ et f_1 et f_2 les deux éléments de E définies par : $f_1(x) = e^{2x}$ et $f_2(x) = xe^{2x}$. Soit $B = \{f_1, f_2\}$ et $g: x \mapsto \int_0^x (t + \frac{1}{2})e^{2t} dt$. Alors

- les vecteurs f_1 et f_2 sont liés
 $g \notin E$
 B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $(0, \frac{1}{2})$
 B est une base de E et les coordonnées de g dans B sont $(0, 1)$

Q20. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: \exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B$. Alors

- $(1, 0) \in D$ et P est vraie
 $(0, 1) \in D$ et P est vraie
 P est fausse
 aucune des trois réponses

Q21. Soit $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ strictement monotone telle que $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. L'équation : $f(x) = 1 - x^n, n \geq 1$

- n'a pas de solution
 admet deux solutions distinctes
 admet une solution unique
 aucune des trois réponses

Q22. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

- f bornée au voisinage de $-\infty$
 f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$
 f bornée au voisinage de $+\infty$
 aucune des trois réponses

Q23. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative C_f de f

- admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$
 admet une asymptote oblique en $+\infty$
 est au-dessus de la droite $y = 0$
 aucune des trois réponses

Q24. L'équation $\cos^4(x) + \sin^4(x) = 1$ admet dans $[-\pi, \pi]$

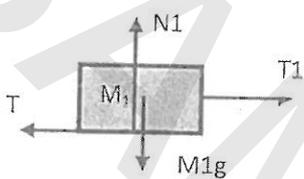
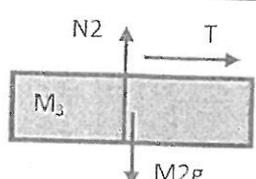
- une infinité de solutions
 8 solutions
 4 solutions
 aucune solution

Q25. Soient a et b deux entiers naturels non nuls. Alors le nombre $N = a^4 + 4b^4$ vérifie :

- $N < (a - b)^2 + b^2$
 $N < (a + b)^2 + b^2$
 N est premier
 N n'est pas premier

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 20

		Note			
1. Vitesse $v_1 = \frac{2d}{T} - v_2$	$\gamma = \frac{2}{T^2}(d - Tv_2)$				
2. Distance : $D = \frac{v_1^2}{2\gamma} = 1/16 m$					
3. L'accélération	4. Tensions				
$\gamma = \frac{M_1 \sin \alpha + M_2}{M_1 + M_2 + J/R^2} g$	$T_1 = M_1 g \frac{M_2(1 - \sin \alpha) - J/R^2 \sin \alpha}{M_1 + M_2 + J/R^2}$	$T_2 = M_2 g \frac{M_1(1 + \sin \alpha) + J/R^2 \sin \alpha}{M_1 + M_2 + J/R^2}$			
5. Inégalité : $1 + \cos \alpha \leq \mu \sin \alpha$	Equation : $1 + \cos \alpha = \mu \sin \alpha$				
6. L'équation horaire : $x(t) = \frac{1 + \sin \alpha - \mu \cos \alpha}{5} gt^2$					
7. Schémas (bilan des forces)	 				
8. Les accélérations : $\gamma_1 = \frac{1 - \mu}{2} g$	$\gamma_3 = \frac{\mu}{4} g$				
9. Distance parcourue $x = \frac{\mu d}{4(1 - \mu)}$	Valeur de $\mu = 2/3$				
10. Composante $R_N = mv^2/R + mg \cos \theta$	Accélération tang. $\gamma_t = g \sin \theta$				
11. Vitesse $v_0 = \sqrt{Rg}$					
12. Raccourcissement minimal $x_0 = \sqrt{\frac{6mRg}{k}}$					
13. Energie mécanique $E_m = \frac{mR^2 \dot{\theta}^2}{2} + mgR(1 - \cos \theta)$					
14. Equation du mouvement : $\ddot{\theta} + g/R \sin \theta = 0$	Période : $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{R/g}$				
15. Equation du mouvement : $\ddot{\theta} + 2\lambda \dot{\theta} + g/R \sin \theta = 0$	$A = \frac{\theta_0(\omega_1 + \lambda)}{2\omega_1}$ et $B = \frac{\theta_0(\omega_1 - \lambda)}{2\omega_1}$				
Cocher la bonne réponse	2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fausse et (0 pt) pour le cas sans réponse				
	16.	a	b	c	d
	17.	a	b	c	d
	18.	a	b	c	d
		a	b	c	d
	19.	a	b	c	d
20.	a	b	c	d	

Physique II : science math

Problème. Une réponse juste: + 2, Une réponse fausse ou pas de réponse: 0.

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	note
1.	l'équation différentielle qui caractérise la tension $U_1(t)$	$E = (R_1 + R_2) C_1 \frac{dU_1}{dt} + U_1$	
2.	Quelle est la valeur de la constante du temps (τ) du circuit	$\tau = (R_1 + R_2) C_1$	
3.	La durée nécessaire pour que $U_1 = 9.5 V$	$T = 3 \tau$	
4.	La valeur permanente du courant traversant la résistance R_1	$I(\infty) = 0 A$	
5.	La valeur de la tension $U_1(t)$ à l'instant t_1	$U_1(t_1) = 10 V$	
6.	L'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t_1	$E = \frac{1}{2} C_1 U_1(t_1)^2$	
7.	La valeur permanente de la tension $U_1(t)$	$U_1(\infty) = \frac{C_2 E}{C_1 + C_2}$	
8.	La valeur permanente de la tension $U_2(t)$	$U_2(\infty) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} E + \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_{20}$	
9.	L'équation différentielle qui caractérise le courant I_3 traversant la résistance R_3 .	$\frac{d^2 I_3}{dt^2} + \frac{R_3}{L} \frac{dI_3}{dt} + \frac{1}{LC_2} I_3 = 0$	
10.	La valeur permanente de la tension U_2	$U_2(\infty) = 0 V$	

Partie QCM

Une réponse juste: + 2, Pas de réponse: 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse: -1.

QCM				note
Réponse				
1.				
2.			<input type="checkbox"/> c	
3.		<input type="checkbox"/> b		
4.	<input type="checkbox"/> a			
5.	<input type="checkbox"/> a			
6.		<input type="checkbox"/> b		
7.			<input type="checkbox"/> c	
8.				<input type="checkbox"/> d
9.	<input type="checkbox"/> a			
10.				<input type="checkbox"/> d

Total :

/40

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fautive = 0pt

Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$	$\lim_n u_n = 1$	
Q2 2pt Déterminer, dans $[0, 2\pi]^2$, l'ensemble S des solutions du système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S = \left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right) \text{ et } \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$	
Q3 2pt Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{12}$	$z = 1$	
Q4 2pt Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz+1)(z+i-3) \in i\mathbb{R}$	$\Gamma \text{ est } \dots = \frac{1}{-1-2x}$	
Q5 2pt Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D = \frac{\sin a}{2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)}$	
Q6 2pt Calculer: $A_n = \sum_{k=2}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n = 1 - \frac{1}{(n+4)!}$	
Q7 2pt Calculer $l = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(1 + 2 + 3 + \dots + E\left(\frac{1}{ x }\right)\right)$	$l = \frac{1}{2}$	
Q8 2pt Évaluer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}}{x}$	$j = \frac{1}{12}$	
Q9 2pt Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable telles que: $\forall (x, y) \in \mathbb{R}, f(x^2 + y) = x^2 f(x) + f(y)$	$f(x) =$	
Q10 2pt Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt Soit h définie sur \mathbb{R}^+ par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots$ $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt Calculer $K = \lim_{x \rightarrow 0} \int_0^x \frac{\arctan(x)}{x^2} dx$	$K =$	
Q13 2pt calculer l'intégrale $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$L = \frac{\pi}{4}$	
Q14 2pt Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) = (K_1 \cos 3x + K_2 \sin 3x) e^{-x} + \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{36} \cos 3x$	
Q15 2pt Résoudre, dans \mathbb{N}^2 , l'équation $x^2 - y^2 = 404$	$S = (54, 56); (102, 100); (203, 201)$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse = 0pt, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt.

Q16: Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2m \\ 1 & -m+1 & 1 \\ 2 & 3 & m \end{pmatrix}$ est inversible:

- A -1 et un nombre négatif B uniquement -1 C -1 et un nombre positif D -1 et $1/2$

Q17: Sur $[0, +\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

- A toujours positive B positive puis négative puis positive C négative puis positive D aucunes des trois réponses

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f(x) = e^{\frac{1+\ln(x)}{1-\ln(x)}}$. Alors sa courbe C_f admet:

- A une asymptote oblique en $+\infty$ B en $x = e$ une demi tangente à gauche C en $x = e$ une demi tangente à droite verticale D aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom "SMARA" dans un ordre quelconque?

- A $\frac{1}{6006}$ B $\frac{10}{1001}$ C $\frac{50}{14^5}$ D aucunes des trois réponses

Q20: Une boîte B_1 contient 2 jetons numérotés: 1, 3. Une boîte B_2 contient 2 jetons numérotés: 2, 2. Une boîte B_3 contient 2 jetons numérotés: 1, 0. On tire au hasard un jeton a de B_1 , un jeton b de B_2 , un jeton c de B_3 . Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

- A 0,5 B 0,25 C 0,75 D 1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètres est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1,1,-1)$ est:

- A $2x - 3y + 4z + 5 = 0$ B $4x + 3y + 2z - 5 = 0$ C $2x + 2y - z - 5 = 0$ D $4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$. Alors

- A $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^{2n}} = +\infty$ B $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = 0$ C $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{e^n} = 1$ D aucunes des trois réponses

Q23: Soit E l'espace vectoriel défini par: $E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, x + y + z + t = 0 \text{ et } 2x + y = 0\}$. Quelle est la dimension de E ?

- A 1 B 2 C 3 D aucunes des trois réponses

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $[0, \frac{2\pi}{3}]$?

- A Cinq solutions B Six solutions C Sept solutions D Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right)$$

- A 0 B 1 C $+\infty$ D cette limite n'existe pas

Notes

Fiche de réponse

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Physique I (Mécanique) : Barème : Une réponse juste : 3pts, Une réponse fausse ou pas de réponse:0

N° question	Réponse	Note
1.	$l' = l_0 - \frac{mg}{2k \sin \alpha_0}$	
2.	$\Delta \ddot{x} = g - 2 \frac{k}{m} \left[1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + a^2}} \left(1 - \frac{mg}{2kx_0} \right) \right] (x_0 + \Delta x)$	
3.	$\Delta \ddot{x} + \left(\frac{2k}{m} \sin^2 \alpha_0 + \frac{g \cos^2 \alpha_0}{l_0 \sin \alpha_0} \right) \Delta x = 0$	
4.	$T = 1.79s$	
5.	$\left. \frac{d\vec{M}_o}{dt} \right _R = \vec{0}$	
6.	$\vec{M}_o = mr^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$	
7.	$E_p = -\frac{GMm}{r}$	
8.	$E_m = -\frac{GMm}{2r}$	
9.	$T_{rev} = 2\pi \frac{r^{3/2}}{\sqrt{GM}}$	
10.	$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = -V \cos \psi$	
11.	$\frac{dV}{dz} = \frac{\alpha}{m \cos \psi} V \exp(-z/H)$	
12.	$\ln \left(\frac{V}{V_i} \right) = -\frac{\alpha H}{m \cos \psi} [\exp(-z/H) - \exp(-z_i/H)]$	
TOTAL/36pts		

Physique II (Electricité) : Barème : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse: 0

N° question	Réponse	Note
1.	$u_C + R_1 C \frac{du_C}{dt} = E$	2
2.	$u_C(\infty) = E = 10V$	2
3.	$u_C(t) = (U_0 - E)e^{-\frac{t}{\tau}} + E$ avec $\tau = R_1 C$	2
4.	$t_0 = \tau \ln \frac{1 - \alpha}{1 - \beta}$	2
5.	$t_m = \tau \ln 19 = 2,94 \mu s$	2
6.	$w = \frac{1}{2} C E^2 = 10 \mu J$	2
7.	$i_I(0^+) = 0$	2
8.	$\frac{di_1}{dt} + \frac{R_1 + r}{L} i_1 = \frac{E}{L}$	2
9.	$L = \tau_1 * (R_1 + r) = 20 mH$	2
10.	$u_{R1}(t) = E \frac{R_1}{R_1 + r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$ avec $\tau_1 = \frac{L}{R_1 + r}$	2
11.	$i_I(\infty) = E / (R_1 + r) = 0,5 A$	2
12.	$w = \frac{1}{2} L I_1^2(\infty) = 2,5 mJ$	2
13.	$i_I(0^+) = E / (R_1 + R_2) = 0,25 A$	2
14.	$u_L(0^+) = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30}{4} = 7,5 V$	2
15.	$R_{eq}(0^+) = R_1 + R_2 = 40 \Omega$	2
16.	$R_{eq}(\infty) = R_1 + r // R_2 = 17,5 \Omega$	2
17.	$i_5(\infty) = \frac{E}{R_{eq}} \frac{r}{r + R_2} = 0,143 A$	2
18.	$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + L \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{E}{R_1}$	2
TOTAL/36pts		36

PARTIE OCM :Barème : Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

	N° question	Réponse				Note
		a.	b.	c.	d.	
Mécanique	1.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	2.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input checked="" type="checkbox"/>	
	3.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	4.1.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	4.2.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	4.3.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	4.4.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
Electricité	5.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	6.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input checked="" type="checkbox"/>	
	7.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	8.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	9.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	10.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	11.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
<i>Total /28pts</i>						

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

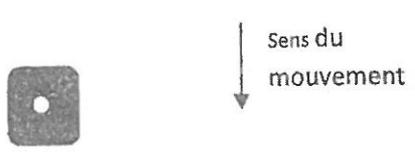
Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
<p>Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p</p> <p>1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair.</p> <p>2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire.</p> <p>3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancais.}$</p> <p>4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$</p>	<p>1. : ..Vraie..</p> <p>2. : ..faux...</p> <p>3. : ..faux...</p> <p>4. : ..Vraie..</p>
<p>Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$</p>	<p>$S = \dots \{(-2, 4)\} \dots$</p>
<p>Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$</p>	<p>$S = \dots \{(1, 3, 5)\} \dots$</p>
<p>Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$</p>	<p>$S = \dots \{\emptyset\} \dots$</p>
<p>Mettre sous la forme $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) le nombre complexe: $z = \frac{(1+i)^2}{2-i} + \frac{3+6i}{3-4i}$</p>	<p>$z = (\dots \frac{-23}{25} \dots) + i(\dots \frac{36}{25} \dots)$</p>
<p>Calculer $n = \text{card}(E)$ avec $E = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1, 2\}))$</p>	<p>$n = \dots 2^4 = 16 \dots$</p>
<p>Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$</p>	<p>$A_n = \dots \frac{n(n+1)(4n-1)}{6} \dots$</p>
<p>Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$</p>	<p>$B_n = \dots \frac{20(n-1)}{(n+2)(n+3)} \dots$</p>
<p>On considère un segment $[A, B]$ de longueur a. Soit M_1 le milieu de $[A, B]$, M_2 le milieu de $[B, M_1]$, M_3 le milieu de $[M_1, M_2]$, M_4 le milieu de $[M_2, M_3]$, etc. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, M_{n+2} est le milieu de $[M_n, M_{n+1}]$. Exprimer la longueur AM_n en fonction de n</p>	<p>$AM_n = \dots \frac{AB}{2} \dots AB \cdot (\sum_{i=2}^n (-1)^i \cdot \frac{1}{2^i})$</p>

Questions	Réponses
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \begin{cases} 2x+2 & x \leq 0 \\ 2x^2+1 & 0 < x \leq 3 \\ x^2 & x > 3 \end{cases}$
Dessiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	(voir concours 2013 sc.exp)
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots\dots\dots$
Trouver tous les polynômes P vérifiant $P(2t) = P'(t)P''(t) \forall t \in \mathbb{R}$	$S = \dots\dots\dots$
On considère une fonction h dérivable sur \mathbb{R}^+ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
Soit f la fonction réelle définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$. On note par g la fonction réciproque de f . Calculer $g'(1)$.	$g'(1) = \dots\dots\dots$
Déterminer a, b, c et d (4 réels) pour que $\forall x > 0$, $\frac{a}{x+b} \leq \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \leq \frac{c}{x+d}$	$a = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $d = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$I = \dots 415 \dots$ (voir 2013 sc.exp)
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots 5 \dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = ... 6 mouchoirs / jour ...
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots 50g \dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre (0, 1, ..., 9) 6 fois et 2 opérations (+, -, ×, ÷) ?	$100 = \dots 99 \dots + \dots 99 / 99 \dots$

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15 (2 points pour chaque question)		Note
1	$\sin \beta = \frac{R}{L} \sin \theta = \varepsilon \sin \theta$	$x(t) = R \cos \theta + P \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \theta}$
2	Approximation : $x(t) = R \cos \theta + P$	A = R B = P
3	$\theta(t) = \omega_0 t$ $v(t) = -R \dot{\theta} \sin(\theta(t))$	$\gamma(t) = -R \dot{\theta}^2 \cos \theta(t)$
4	Relation : Directions des forces $\vec{F}_{p/l}$ et $\vec{F}_{b/l}$:	Justification:
5	Bilan des forces appliquées sur le piston :	
6	$F_{t/p} =$ $F_{t/b} =$	
7	$C(t) =$ $C(t) =$	
8	$L_0 - L =$	
9	$\mu =$	$\omega_0 =$
10	$\tau =$	$\omega =$ Condition sur K :
11	$\mu =$	$\lambda =$
12	$E_{p1} =$	$E_{p2} =$
13	$E_c =$ $E_m =$	
14	Constante C =	
15	L'accélération $\gamma =$	

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

Fiche des réponses (Physique II)	Chaque question est notée sur 2 points	
	Réponse	Note

Partie A.

1.	La valeur du courant i_1 en régime permanent :	$i_1 = 0$	
2.	La charge, q_1 , en mC , au niveau du condensateur C_1 , en régime permanent :	$q_1 = C_1 E = 10^{-7} mC$	
3.	La valeur, en mJ , de l'énergie stockée au niveau du condensateur C_1 :	$E = \frac{1}{2} C_1 E^2 = \frac{1}{2} 10^4 \cdot 100 = 5 mJ$	
4.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} , en fonction de R_1 , C et E :	$E = R_1 C \frac{du_{C_1}}{dt} + u_{C_1}$	
5.	Les expressions des constantes A et B en fonction de R_1 , C et E :	$A = \frac{-E}{R_1}$ et $B = \frac{1}{R_1 C}$	

Partie B.

6.	L'expression temporelle de la tension $u_{C_2}(t)$ en fonction de R_2 et C_2 :	$u_{C_2}(t) = A e^{-\frac{t}{R_2 C_2}} = 10 e^{-\frac{t}{R_2 C_2}}$	
7.	La valeur, en mA , du courant i_2 qui traverse la résistance R_2 à l'instant t_0 :	$i_2 = -C_2 \frac{du_{C_2}}{dt} \Rightarrow i_2(t=0) = 100 mA$	
8.	L'énergie stockée dans le condensateur C_2 en régime permanent :	$E = \frac{1}{2} C_2 U^2 = \frac{1}{2} C_2 0^2 = 0$	

Partie C.

9.	L'expression de la charge Q_3 en fonction de $Q_2(t_0)$, $Q_3(t_0)$, C_2 et C_3 :	$Q_3 = -10 e^{-\frac{t}{R_2 C_2}}$	
10.	La valeur de la tension $u_{C_2}(t)$:	$u_{C_2}(t) =$	
11.	L'énergie stockée, en régime permanent établi, en mJ , au niveau de C_3 :	$E =$	

Partie D.

12.	La valeur, en mH , de l'inductance L :	$L =$	
13.	La valeur, en mJ , de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine L_1 :	$E_{max} =$	
14.	La valeur maximale du courant traversant la bobine L_1 :	$i_{max} =$	

Partie E.

15.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} :		
-----	---	--	--

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTRÉE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

Questions à réponse précise, Partie A

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	$f(x+4\pi) = \sin\left(2\pi + \frac{x}{2}\right) + \cos(x+4\pi)$ $= f(x)$ $\Rightarrow T = 4\pi$
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(4x) - \sin^4(4x) = 1$	$S = \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	$a = b = 16$
Calculer $C = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	$C = +\infty$
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	$g'(x) = 4x f(x^2) f'(x^2) g(x)$
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ avec $x \in E$, trouver $f(E)$	$f(E) = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	$\text{Max}_{x \in [-1, 1]} f(x) = 3$ $\text{Min}_{x \in [-1, 1]} f(x) = 0$
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = 0,02$ $\widehat{BAC} = 1,55 \text{ rad}$
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels multiples de 3 entre 0 et x ?	Le nombre des entiers multiples de 3 entre 0 et x est : $E\left(\frac{x}{3}\right) + 1$
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	Le quotient : $x^3 - 2x^2 - 14x - 63$ Le reste : $-268x + 264$

Questions à réponse précise, Partie B

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $\forall x \in [a, b], f(a+b-x) = f(x)$. on pose $I = \int_a^b f(x) dx$ et $J = \int_a^b xf(x) dx$. Calculer J en fonction I .	$x = a+b-t$ $J = \int_a^b xf(x) dx = \int_b^a -(a+b-t) f(t) dt$ $= (a+b)I - J$ $\Rightarrow J = \frac{a+b}{2} I$
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A \Delta B$, le sous-ensemble de $E : A \Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A \Delta E$ et $A \Delta C_E^A$	$A \Delta A = A \Delta C_E^A = \emptyset$ $A \Delta E = (A \cup E) \setminus (A \cap E) = E \setminus A = \overline{A}$
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	$a, a, S(x) = \left(\frac{1}{2} - x\right) \sqrt{x - \frac{1}{4}} \text{ et } x \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ $S'(x) = \frac{1-3x}{\sqrt{4x-1}}, S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ $AB = AC = BC = \frac{1}{3}$
On note $u_n = 25^n + 2^{3n+4}$. Trouver $a, b \in \mathbb{Z}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$	$a = 33 \text{ et } b = -200$
Calculer $D = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	$D = \sqrt{2} \ln(\sqrt{2} - 1)$
Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. Soit k un entier compris entre 1 et n . Utiliser l'égalité $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$ pour calculer S_n .	$S_n = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
Soit x un réel et $E(x)$ la partie entière de x . Déterminer $F = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{E(x) + E(2x) + E(3x) + \dots + E(nx)}{n^2}$	$F = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \frac{x}{2}$
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	$(0, 50); (1, 40); \dots; (50, 0)$, Par suite le nombre de façon est : 51 façons
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3$
Le 1 ^{er} juin 2012, les participants d'un club d'astronomie ont observé le corps céleste A qui apparaît tout les 51 jours. Le 28 juin 2012, ils ont observé le corps céleste B , qui apparaît tout les 72 jours. A quelle date devront-ils fixer une nouvelle réunion pour observer simultanément les deux corps?	On pourra observer simultanément les deux corps le : $31 \text{ octobre } 2012$
Déterminer un cercle de centre Ω et de rayon R tangent aux trois droites d'équations respectives : $y = 2x + 1, y = 2x + 7$ et $y = -\frac{1}{2}x$	$\Omega(-1, 2) \text{ et } R = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ $\Omega\left(-\frac{11}{5}, -\frac{2}{5}\right) R = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15		Note
1.	Force de traction : $F =$	
	Puissance : $P =$	$P(v) =$
2.	$P_m =$	
3.	$\alpha =$	A.N. $\alpha =$
4.	$F =$	A.N. $F =$
5.	Moment d'inertie $I_r =$	A.N. $I_r =$
6.	$\omega_R =$	Justification : $\dot{\omega}_R =$
7.	$F_m =$	
8.	Relation $(x, \theta) :$	
9.	Relation $(v, \omega_R) :$	Relation $(y, \dot{\omega}_R) :$
10.	Couple : $T_e =$	
	A =	B =
11.	Vitesse angulaire : $\omega_e =$	
12.	Equation différentielle :	
13.	Energies (1) : $E_{p1} = 2,5 \text{ J}$	$E_{m1} = 2,5 \text{ J}$
14.	Energies (2) : $E_{p2} = -mgh$ $E_{c2} = \frac{1}{2} m V_2^2$	
15.	Vitesse : $v_2 = \sqrt{2gh + \frac{k}{m} (l-b)^2}$	A.N. $v_2 = 2,031 \text{ m/s}$

Cette feuille est un document à rendre et ne doit porter aucun signe indicatif ou signature du candidat

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	Note
1.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_c en fonction de R_1 , C et E .	$R_1 C \frac{du_c}{dt} + u_c = E$	
2.	La valeur de la capacité C .	$C = 2 \times 10^{-5} F = 20 \mu F$	
3.	La tension u_c aux bornes du condensateur.	$u_c =$	
4.	La valeur de la constante du temps du nouveau circuit.	$\tau = 100 ms$	
5.	La valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL.	$\tau = 20 ms$	
6.	La valeur de la résistance R_2 .	$R_2 = 25 \Omega$	
7.	La valeur de l'inductance l .	$L = 0,5 H$	
8.	La valeur de L_2 .	$L_2 =$	
9.	La capacité C et la valeur de l'inductance L .	$C =$ et $L =$	
10.	La valeur de l'inductance L' .	$L' =$	

Exercice (bonne réponse : +1, mauvaise réponse : -0.5)

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
1.	Vrai	
2.	Faux	
3.	Vrai	
4.	Vrai	
5.	Vrai	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
6.	Faux	
7.	Vrai	
8.	Vrai	
9.	Vrai	
10.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
11.	Faux	
12.	Faux	
13.	Faux	
14.	Faux	
15.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
16.	Vrai	
17.	Vrai	
18.	Vrai	
19.	Vrai	
20.	Faux	

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne Réponses	(NB : Chaque question est notée sur (1Pt))
Questions	Réponses
<p>Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?</p> <p>(a) Toute application injective d'un ensemble dans lui même est bijective.</p> <p>(b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$</p> <p>(c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$</p> <p>(d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$</p> <p>(e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel.</p>	<p>a) fausse. exp: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^x$ est injective mais pas bijective, 0 n'a pas d'antécédant dans \mathbb{R}.</p> <p>b) fausse. $D_{\frac{x-1}{\ln(x-1)}} =]1, 2[\cup]2, +\infty[$</p> <p>c) fausse. $A=B=\mathbb{R}, C=\mathbb{R}^+$ $(A \cup B) \cap C = \mathbb{R}^+ \quad A \cup (B \cap C) = \mathbb{R}$</p> <p>d) vraie</p> <p>e) fausse, $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ sont irrationnels mais leur somme qui est nulle n'est pas irrationnel.</p>
<p>Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes :</p> <p>(a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$</p> <p>(b) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E</p> <p>(c) La fonction h, définie sur \mathbb{R}, atteint toutes les valeurs de \mathbb{N}</p> <p>(d) Tout réel possède une racine carré dans \mathbb{R}</p> <p>(e) Etant donnés trois réels, il y en a au moins deux de même signe</p>	<p>1. La proposition se traduit par: $\exists K \in \mathbb{R}, \forall x \in [0, 5]: f(x) = K$</p> <p>2. La proposition se traduit par: $\exists (a, b) \in E^2 / g(a) = g(b) \text{ et } a \neq b$</p> <p>3. La proposition se traduit par: $\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) \in \mathbb{N}$</p> <p>4. La proposition se traduit par: $\forall b \in \mathbb{R}, \exists a \in \mathbb{R} / b = a^2$</p> <p>5. La proposition se traduit par: $\forall (a, b, c) \in \mathbb{R}^3 / ab \geq 0 \text{ ou } bc \geq 0 \text{ ou } ac \geq 0$</p>

|| Questions à réponse précise, Partie III ||

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation : $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	$S = \left\{ \frac{7\pi}{12} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{12} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $ E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x	$S =]-4, -3] \cup [3, 4[$
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$	
Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f , définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{2e^x + 1}{1 - e^x}$	
Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1 $	
On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$	$I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n$
Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ x e^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ Calculer $F(x) = \int_0^x f(x) dx$ avec $x \in I$	$F(x) = \frac{e^{x^2} - 1}{2} + \ln \frac{1+x^2}{5}$
Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$	$\int t^3 \cos(t^2) dt = \frac{1}{2} t^2 \sin(t^2) + \frac{1}{2} \cos(t^2) + K$
Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x $ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} \ln(2 x) & ; x \in]-\frac{1}{2}, 0[\cup]0, \frac{1}{2}] \\ 4x^2 - 1 & ; x \in]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[\end{cases}$
Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?	$\beta \in [0, 2]$

|| Questions à réponse précise, Partie II ||

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Déterminer l'ensemble des polynômes P tels que $P(x^2) = (x^2 + 1)P(x)$	$\mathcal{E} = \{ a(x^2 - 1) / a \in \mathbb{R} \}$
Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $198x + 216y = 36$	$S = \{ (-2 + 12k, 2 - 11k) / k \in \mathbb{Z} \}$
E, F et G étant trois ensembles finis exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles $E, F, G, E \cap F, E \cap G, F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	$\text{Card}(E \cup F \cup G) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) + \text{Card}(G) - \text{Card}(E \cap F) - \text{Card}(E \cap G) - \text{Card}(F \cap G) + \text{Card}(E \cap F \cap G)$
Exprimer à l'aide d'intervalles de \mathbb{R} l'ensemble suivant : $A = \{ x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4 \}$	$A = [2, 4] \cup [-4, -2]$
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, * et /	$6 \div (1 - 5 \div 7) = 6 \div \frac{2}{7} = 21$
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^{20}$	$B = \left[\sqrt{2}, \frac{7\pi}{12} \right]^{24} = \left[2^{12}, 14\pi \right] = 2^{12} = 4096$
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	$\alpha = \frac{2}{15} \left(1 - \left(\frac{2}{5} \right)^n \right) + \frac{27}{10} \left(1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right)$
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	$\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7) = n(n + 8)$
Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points A, B et C de coordonnées : $A(2, 4), B(-2, 1)$ et $C(4, 3)$. On note d la distance du point A à la droite (BC) . Donner la valeur de d .	$d = d(A, (BC)) = \frac{ 2 - 12 + 5 }{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$
Calculer la limite de la suite dont le terme général est donné par : $u_1 = \sqrt{2}, u_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}, u_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$

2011

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES : Exercices 1, 2 et 3			Note
1. Force de traction : $T =$			A.N. $P_1 =$
2. Puissance : $P_2 =$			A.N. $P_2 =$
3. Accélération du système $(M+m)$: $\gamma =$			
4. Distance parcourue : $d =$			
5. Accélération : $\gamma =$	Equation horaire : $z(t) =$		
6. Equation différentielle :			
7. Constantes :	$A =$	$\tau =$	
8. Position de la bille : $z(t) =$			
9. Energie potentielle : $E_p =$			
10. Energies : $E_c =$	$E_m =$		
11. Vitesse maximale : $v_{max} =$			
12. Equation différentielle du mouvement :			
13. Période : $T =$	Equation horaire : $\theta(t) =$		
14. Composantes de l'accélération de G :	$\gamma_x =$	$\gamma_y =$	
	A.N. $\gamma_x =$	$\gamma_y =$	
15. Composantes de la force au point 0 :	$R_x =$	$R_y =$	
	A.N. $R_x =$	$R_y =$	

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières SM A et B

FICHE DES REPONSES : Exercices 4, 5 et 6				
Exercice 4		Réponse	Note	
16.	L'expression de la capacité équivalente C :	C =		
17.	La valeur numérique de la capacité C :	C =		
18.	L'expression de la tension aux bornes de la capacité C ₂ :	u _{C₂} =		
19.	La valeur numérique de la tension aux bornes de la capacité C ₂ :	u _{C₂} =		
20.	L'expression de la charge électrique Q ₂ :	Q ₂ =		
21.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u ₁ (t) :			
22.	L'expression de la tension u ₁ (t) :	u ₁ (t) =		
23.	L'expression de la période propre T ₀ en fonction de L et C ₂ :	T ₀ =		
24.	La valeur numérique de la période propre T ₀ :	T ₀ =		
25.	La valeur de l'inductance L :	L =		
Exercice 5		Réponse	Note	
26.	La valeur numérique de la résistance R ₁ ?	R ₁ =		
27.	L'énergie emmagasinée dans la capacité :	E _c =		
28.	La valeur de la pseudo-période d'oscillation :	T _p =		
29.	L'expression de la période propre d'un circuit LC :	T ₀ =		
30.	La valeur de l'inductance L :	L =		
Exercice 6		Réponse juste : +1 & Réponse fausse : -1	Réponse	Note
La valeur maximale du déphasage entre deux tensions sinusoïdales est égale à π rad.				
Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'une bobine augmente.				
La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux capacités.				
La valeur efficace d'une tension sinusoïdale de valeur maximale 5V est égale à 3.53V.				
La résistance équivalente de deux résistances en parallèle est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux résistances.				
En régime continu, le courant traversant un condensateur est toujours nul.				
La puissance active consommée par un dipôle est toujours supérieure à la puissance apparente.				
La période propre d'un circuit LC est inversement proportionnelle à la capacité.				
La capacité d'un condensateur augmente d'autant plus que l'épaisseur de son diélectrique est faible.				
Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'un condensateur augmente.				

Epreuves et Corrections
Filière : Sciences Expérimentales
et Techniques

2015-2014-2013-2012-2011

ENSAM Events

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition $P: " \forall a \in \mathbb{R}_+; a + \frac{1}{a} \geq 2 "$. Donner la négation et le tableau de vérité de P .	\bar{P} : P est
Q2	Soit la proposition $A: " \text{Il existe un polynôme } P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ à coefficients } a, b, c \text{ et } d \text{ dans } \mathbb{Z} \text{ tel que } P(1) = 1 \text{ et } P(2015) = 2 "$. En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si A est vraie ou A est fausse.	A est
Q3	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuis. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1?	
Q4	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi i}{7}}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S =$
Q5	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(\mathcal{O}, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2, b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z =$ $\theta =$
Q6	Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \dots + \frac{1}{n+n^2}$.	$\lim_n u_n =$
Q7	Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =$ $f^{-1}(x) =$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) =$
Q10	Soient $f(x) = \tan(x)$ et \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathcal{O}, \vec{i}, \vec{j})$ tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1 \text{ cm}$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par \mathcal{C}_f et les droites $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$.	$A =$
Q11	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx, \forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n =$
Q12	Soit \mathcal{S} la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent \mathcal{P} à \mathcal{S} au point $\mathcal{O}(0,0,0)$.	$(E):$
Q13	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $(\sqrt{x})^x = x^{\sqrt{x}}$.	$S =$
Q14	Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 =$
Q15	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P =$
Q16	On considère un rectangle de longueur x . Déterminer la valeur minimale P_m du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100.	$P_m =$
Q17	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$.	$S =$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt

Q18. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: \exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B$. Alors

<input type="checkbox"/> $(1,0) \in D$ et P est vraie	<input type="checkbox"/> $(0,1) \in D$ et P est vraie	<input type="checkbox"/> P est fausse	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q19. Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n; \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right); \forall n \geq 1$. La suite (v_n) est

<input type="checkbox"/> arithmétique	<input type="checkbox"/> géométrique de raison $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> constante	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---------------------------------------	--	------------------------------------	--

Q20. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

<input type="checkbox"/> f est bornée au voisinage de $-\infty$.	<input type="checkbox"/> f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$.	<input type="checkbox"/> f est bornée au voisinage de $+\infty$.	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q21. Pour quelle valeur de a la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in]0, +\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

<input type="checkbox"/> $a = -1$	<input type="checkbox"/> $a = \ln(2)$	<input type="checkbox"/> $a = 1$	<input type="checkbox"/> $a = 0$
-----------------------------------	---------------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

Q22. La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0,1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

<input type="checkbox"/> un unique point	<input type="checkbox"/> deux points	<input type="checkbox"/> aucun point	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
--	--------------------------------------	--------------------------------------	--

Q23. Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit \mathcal{C} sa courbe représentative. Alors

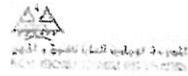
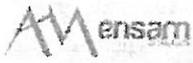
<input type="checkbox"/> f est dérivable à gauche de 0	<input type="checkbox"/> f est dérivable à droite de 0	<input type="checkbox"/> f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le haut	<input type="checkbox"/> f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le bas
--	--	---	--

Q24. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative \mathcal{C}_f de f

<input type="checkbox"/> admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$	<input type="checkbox"/> admet une asymptote oblique en $+\infty$	<input type="checkbox"/> est au-dessus de la droite $y = 0$	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---	---	---	--

Q25. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 1)e^x$. Sa courbe représentative \mathcal{C}_f

<input type="checkbox"/> est convexe	<input type="checkbox"/> est concave	<input type="checkbox"/> admet un maximum local en 0	<input type="checkbox"/> admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$
--------------------------------------	--------------------------------------	--	---



مكتبة انوار
مهرجان 2 من 13 - مكناص
هاتف بلاكس 92 46 46 05 35

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fausse = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \sum_{k=1}^n e^{\frac{k}{n^2}} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$	$\lim_n u_n =$	
Q2 2pt	Résoudre, dans $[0, 2\pi]^2$, le système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S =$	
Q3 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} - i \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} \right)^{12}$	$z =$	
Q4 2pt	Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz + 1)(z + i - 1) \in \mathbb{R}$	Γ est	
Q5 2pt	Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D =$	
Q6 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n =$	
Q7 2pt	Soit f une fonction positive sur son domaine de définition et dérivable en $a > 0$. Déterminer $l = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{f(a)} \right)^{\frac{1}{\ln x - \ln a}}$	$l =$	
Q8 2pt	Calculer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)}{x \sin(\sin x)}$	$j =$	
Q9 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ telles que: $\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$	$f(x) =$	
Q10 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt	Soit h définie sur \mathbb{R}^+ par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots$ $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt	Calculer: $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_1^x \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$	$I =$	
Q13 2pt	Calculer $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$J =$	
Q14 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) =$	
Q15 2pt	Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $3^x + 4^x = 5^x$	$S =$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse = 0pt, plus d'une réponse ou une réponse fautive = -1pt.

Notes

Q16: Pour quelles valeurs de m le système $\begin{cases} -X - Y - 2mZ = 1 \\ X + (1-m)Y + Z = 2 \\ 2X + 3Y + mZ = 3 \end{cases}$ admet une solution unique:

- A -1 et un nombre négatif
 B uniquement -1
 C -1 et un nombre positif
 D -1 et $1/2$

Q17: Sur $]0, +\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

- A toujours positive
 B toujours négative
 C négative puis positive
 D positive puis négative

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f'(x) = e^{\frac{1+\ln x}{1-\ln x}}$. Alors sa courbe C_f admet:

- A une asymptote oblique en $+\infty$
 B en $x = e$ une demi tangente à gauche
 C en $x = e$ une demi tangente à droite verticale
 D aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom "SMARA" dans un ordre quelconque?

- A $\frac{1}{6006}$
 B $\frac{10}{1001}$
 C $\frac{50}{14^5}$
 D aucunes des trois réponses

Q20: Une boîte B_1 contient 2 jetons numérotés: 1, 3. Une boîte B_2 contient 2 jetons numérotés: 2, 2. Une boîte B_3 contient 2 jetons numérotés: 1, 0. On tire au hasard un jeton a de B_1 , un jeton b de B_2 , un jeton c de B_3 . Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

- A 0,5
 B 0,25
 C 0,75
 D 1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1, 1, 1)$ et $B(7, -5, 5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètres est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1, 1, -1)$ est:

- A $2x - 3y + 4z + 5 = 0$
 B $4x + 3y + 2z - 5 = 0$
 C $2x + 2y - z - 5 = 0$
 D $4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_n^{n+1} e^{\frac{x}{n}} dx$. Alors

- A $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
 B $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
 C $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
 D $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e$

Q23: Sur \mathbb{R}^* , La fonction $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ admet:

- A Un maximum local
 B Deux maximums locaux
 C Un minimum local
 D Deux minimums locaux

Q24: Combien l'équation: $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $\left]0, \frac{2\pi}{3}\right[$?

- A Cinq solutions
 B Six solutions
 C Sept solutions
 D Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right) =$$

- A 0
 B 1
 C $+\infty$
 D cette limite n'existe pas

SERIES : SCIENCES EXPERIMENTALES ET BRANCHES TECHNIQUES

Epreuve de physique

Durée: 2h20min

Le 2 Août 2014

- L'épreuve contient 4 pages. Elle est composée de deux parties indépendantes : une partie rédaction et une partie QCM.
- Répondre dans la feuille « fiche de réponse ».
- L'usage de la calculatrice programmable est strictement interdit.

PARTIE REDACTION

Physique I: (Mécanique) (Les parties A et B sont indépendantes)

Partie A

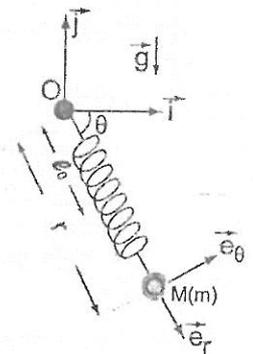
Le ressort étudié a une masse négligeable, une longueur à vide l_0 et une constante de raideur k . Une de ses extrémités est accrochée à une pointe O liée à un mur. Dans l'autre extrémité est attaché un point matériel M de masse $m=5\text{kg}$. Le système (Masse m + Ressort) tourne librement dans un plan vertical autour de O. Le mouvement peut être repéré dans les deux référentiels suivants:

- $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$ un référentiel fixe considéré galiléen et lié au mur,
- \mathcal{R}_s un référentiel tournant muni de la base polaire $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ où M est repéré par ses coordonnées polaires r et θ .

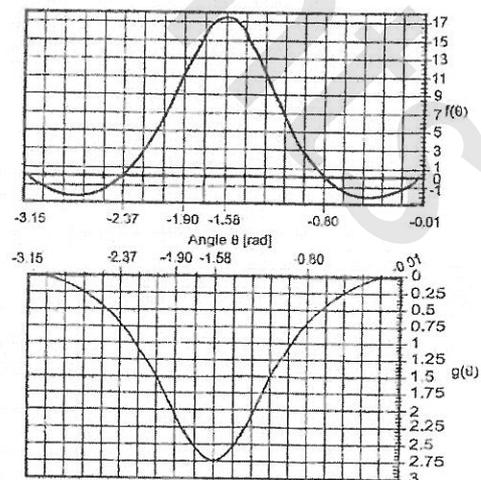
L'angle $\theta(\vec{i}, \vec{e}_r)$ est compté positivement dans le sens trigonométrique. A l'équilibre, le système (Masse m + Ressort) est stabilisé à une position verticale du faite de la pesanteur terrestre. On prendra $g=9.81\text{m/s}^2$ et on négligera les frottements de l'air.

1. Exprimer les différentes forces s'exerçant sur la masse M.
2. Lorsque le système est à l'équilibre, exprimer la distance à l'origine r_e du point M.
3. Exprimer le vecteur \vec{j} dans la base polaire.

Le point M est maintenant lâché sans vitesse initiale et sans imposer de compression au ressort avec un angle $\theta=0$ (horizontalement). Un système de capteur permet le suivi temporel de la position du point M pendant un laps de temps. A partir de cette acquisition de données, les deux fonctions suivantes sont calculées: $g(\theta) = r - l_0$ et $f(\theta) = r\dot{\theta}^2 - \ddot{r}$.

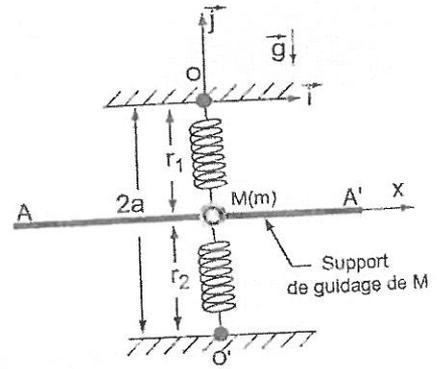


4. Donner l'expression de la vitesse $\vec{v}(M/\mathcal{R})$.
5. Donner l'expression de l'accélération $\vec{\gamma}(M/\mathcal{R})$.
6. En projetant sur la base polaire l'équation vectorielle issue de l'application du principe fondamental de la dynamique sur le point M, donner les deux équations différentielles en r et en θ .
7. Ré-ex l'équation différentielle contenant le terme \ddot{r} à l'aide des fonctions $f(\theta)$ et $g(\theta)$.
8. A partir des deux figures ci-contre et de l'équation obtenue en 7, déterminer la valeur moyenne de (k/m) .
9. D'après les questions précédentes calculer k et l_0 . (On prend $r_e = 298\text{cm}$)



Partie B

Supposant maintenant que la masse $M(m)$ est reliée à deux ressorts, identiques à celui étudié précédemment dans la partie A, placés verticalement (figure ci-contre). Les extrémités O et O' des ressorts sont fixées à des points fixes et distants de $2a$, avec $a > l_0$. A l'équilibre, on désignera par r_1 la longueur du ressort OM et par r_2 celle du ressort $O'M$.



10. A l'équilibre, calculer les longueurs r_1 et r_2 des ressorts en fonction de m, g, a et k .

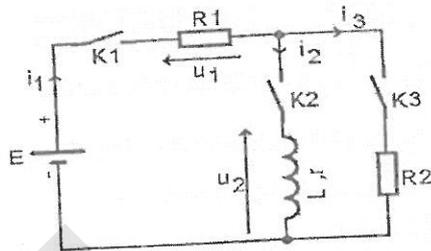
Considérant maintenant que la masse $M(m)$ peut coulisser sur un dispositif convenable assurant un guidage parfait (sans frottement) suivant l'axe AA' . On suppose que l'on peut faire l'approximation $r_1 = r_2 = a$. On déplace horizontalement la masse m avec la distance δ à partir de sa position d'équilibre et on lâche le système sans vitesse initiale.

11. Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse m .
 12. Dans le cas où $\delta \ll a$, déduire l'expression de la période T du mouvement de la masse m .

Physique II (Electricité) :

On considère le circuit représenté sur le schéma ci-dessous, il comporte :

- Un générateur de tension continue E .
- Une bobine d'inductance L et de résistance interne r .
- Deux conducteurs ohmiques $R_1 = 10\Omega$ et $R_2 = 10\Omega$.
- Trois interrupteurs K_1, K_2 et K_3 .

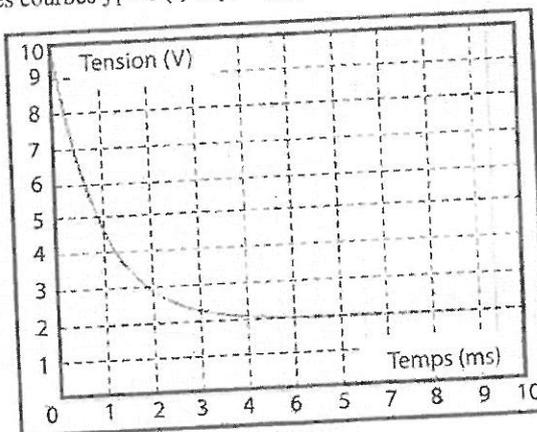


Toutes les parties sont indépendantes et les valeurs des composants peuvent changer d'une partie à l'autre.

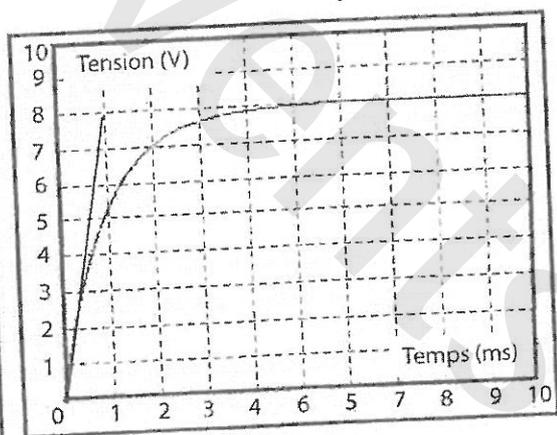
Partie A : K_1 et K_2 sont fermés et K_3 est ouvert.

On note $t=0$ le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

À cet instant, on procède à l'enregistrement de la tension aux bornes de la résistance R_1 et de celle aux bornes de la bobine L . On obtient les courbes $y_1 = f(t)$ et $y_2 = g(t)$.



Courbe $y_1 = f(t)$



courbe $y_2 = g(t)$

1. Identifier la grandeur y_1 (tension aux bornes de la résistance ou tension aux bornes de la bobine).
2. Donner la valeur de la force électromotrice E du générateur de tension.

Le circuit étudié peut être caractérisé par sa constante de temps τ . Pour un circuit (R, L) , on pose : $\tau = \frac{L}{R}$

3. Donner l'expression de R en fonction de R_1 et r .
4. Donner l'expression de $u_1(t)$ en fonction de E, R_1, r et τ .

5. On admet que : $i_1(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Calculer la valeur de A.
6. Calculer la valeur de r .
7. Donner la valeur de τ déterminée graphiquement.
8. En déduire la valeur de L.
9. Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

Partie B : K1, K2 et K3 sont fermés.

Dans cette partie, on note $t=0$ le temps où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives. On remplace L par une bobine d'inductance $L=10\text{mH}$ et de résistance interne négligeable.

10. A $t=0^+$, calculer l'intensité du courant i_1 .
11. Etablir l'équation différentielle qui relie l'intensité du courant $i_2(t)$ et sa dérivée en fonction de E, R1, R2 et L1.
12. Résoudre cette équation différentielle en supposant que l'intensité initiale du courant est $i_2(0)=0$.
13. Donner l'expression en fonction du temps de la tension u_1 .
14. Calculer les intensités i_1 et i_2 en régime permanent.
15. Calculer le temps de montée de l'intensité du courant $i_2(t)$, celui-ci étant le temps nécessaire pour passer de 10% à 90%.
16. Calculer la résistance équivalente vue par la source de tension en régime permanent.

Partie C:

Dans cette partie, les interrupteurs K1, K2 et K3 étaient fermés pendant un long intervalle de temps. A l'instant $t=0$ on garde K2 et K3 fermés et on ouvre K1.

17. Etablir l'équation différentielle qui relie l'intensité du courant i_2 et sa dérivée.
18. Etablir en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant i_2 .

PARTIE QUESTIONS A CHOIX MULTIPLES

Important: Cette épreuve est un Q.C.M (questions à choix multiples). Pour chaque question, on vous propose 4 réponses. Cocher la réponse juste par une croix dans la case correspondante.

Barème : Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

1. Une balle A est lancée, sans vitesse initiale, à partir du toit d'un immeuble de hauteur H. En même temps, une balle B est lancée avec une vitesse initiale v_0 du bas vers le haut du bâtiment. Quand A et B rentrent en collision, on a $v_a=2v_b$. Supposons que la collision se produit à une hauteur h et à l'instant t_c .

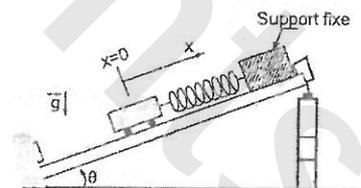
1.1 La vitesse initiale de la balle B est :

a. $v_0 = \sqrt{g\left(H + \frac{3gh}{2}\right)}$ b. $v_0 = \sqrt{\frac{gH + 3gh}{2}}$ c. $v_0 = \sqrt{H - \frac{3gh}{2}}$ d. $v_0 = \sqrt{gH + \frac{2h}{H}}$

1.2 Le temps en lequel la collision entre les deux balles se produit est:

a. $t_c = \frac{2}{3}g$ b. $t_c = \frac{2}{3}v_0g$ c. $t_c = \frac{2v_0}{3g}$ d. $t_c = \frac{v_0}{3g}$

2. Soit un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k. L'une des extrémités du ressort est fixée et l'autre est liée à un chariot de masse m qui se déplace sans frottement sur un plan incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale. A cause du chariot, le ressort s'étire légèrement tel que $l > l_0$.



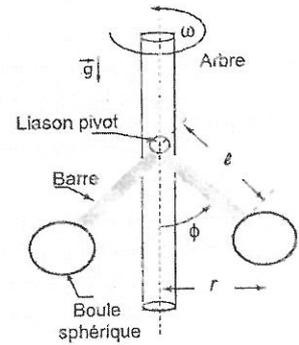
2.1 A l'équilibre, l'expression de l est:

a. $l = l_0 + \frac{mg \sin \theta}{k}$ b. $l = \frac{mg \cos \theta}{k}$ c. $l = l_0 + mgk \cos \theta$ d. $l = mgl_0 + k \sin \theta$

2.2 Maintenant, on déplace le chariot le long de la rampe de façon à comprimer le ressort à partir de la position d'équilibre jusqu'à une distance x_0 de l'origine. Ensuite, on le relâche (On prendra l'origine $x=0$ la position du chariot à l'équilibre). Donner la vitesse du chariot lorsqu'il revient à sa position d'équilibre ?

a. $\sqrt{gx_0 \sin \theta + \frac{k}{2m}x_0^2}$ b. $\sqrt{mg \sin \theta + \frac{k}{2m}x_0^2}$ c. $\sqrt{2gx_0 \sin \theta + \frac{k}{m}x_0^2}$ d. $\sqrt{g \sin \theta + \frac{k}{2m}x_0^2}$

3. La figure ci-contre est un régulateur à boules de James Watt. C'est un système permettant de réguler la vitesse de rotation d'une machine à vapeur. Il est constitué de 2 sphères, chacune est de masse m et est attachée à un bras rigide de masse négligeable et de longueur l , lié à un arbre rotatif, et libre de pivoter vers le bas et vers le haut.



3.1. Le système est en marche, les boules sphériques décrivent un cercle de rayon r autour de l'arbre de rotation. Quelle est l'accélération des boules ?

- a. $\omega l^2 \cos \varphi$ b. $\omega^2 l \sin \varphi$ c. $\omega l \sin \varphi$ d. $\frac{\sin \varphi}{\omega l}$

3.2. Quelle est la valeur minimale ω_{\min} de la vitesse angulaire pour que le dispositif fonctionne correctement ?

- a. $\sqrt{gl \sin \varphi}$ b. $\sqrt{\frac{g}{l}}$ c. $\frac{g}{l\omega^2}$ d. $\frac{l}{g} \cos \varphi$

3.3. Le rayon de la trajectoire des sphères est :

- a. $\sqrt{l \left(1 - \frac{mg^2}{l^2} \cos \varphi \right)}$ b. $\sqrt{l \left(1 - \frac{g^2}{l^2} \cos \varphi \right)}$ c. $\sqrt{l \left(1 - \frac{g^2}{l^2 \omega^4} \right)}$ d. $\sqrt{l^2 - \frac{g^2}{\omega^4}}$

4. En alternative, un voltmètre mesure :

- a. la valeur maximale de la tension. c. la valeur efficace de la tension.
b. la valeur minimale de la tension. d. la valeur instantanée de la tension.

5. L'impédance Z d'un dipôle :

- a. est indépendante de la fréquence N de la tension alternative. c. diminue avec cette fréquence.
b. augmente avec cette fréquence. d. varie avec cette fréquence.

6. Une bobine se comporte comme un conducteur ohmique :

- a. lorsque le courant qui la traverse change de valeur. c. en régime permanent.
b. lorsque la tension entre ces bornes change de valeur. d. en régime variable.

7. La tension ne peut pas présenter de discontinuité :

- a. aux bornes d'un condensateur. c. aux bornes d'un conducteur ohmique.
b. aux bornes d'une bobine. d. aux bornes d'un interrupteur.

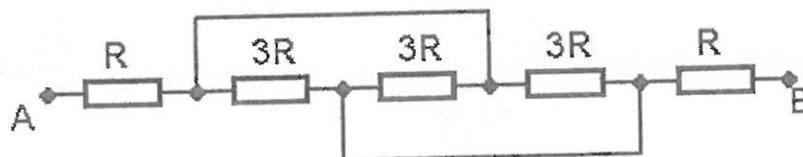
8. Dans un régime apériodique d'un circuit RLC, le courant :

- a. passe par un maximum puis converge vers une valeur finale. c. oscille en convergeant vers une valeur finale.
b. converge de façon monotone vers sa valeur finale. d. oscille en divergeant.

9. La constante d'amortissement d'un circuit RLC est :

- a. L/R c. LR
b. $2L/R$ d. $L/2R$

10. Quelle est la résistance équivalente du dipôle AB du montage suivant :



- a. $3R$ c. $7R$
b. $5R$ d. $11R$

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablançais.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : 2. : 3. : 4. :
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots\dots\dots$
Trouver un polynôme P de degré minimum tel que $P(-1) = -2, P(0) = 1, P(1) = 0$ et $P(2) = 4$	$P(x) = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des réels x vérifiant : $\frac{2x+1}{x+1} \leq \frac{2-3x}{2-x}$	$S = \dots\dots\dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ et } \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots\dots\dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$	$B_n = \dots\dots\dots$
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10 - x - 6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5 - x - 4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	

Questions	Réponses
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots\dots\dots$
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \dots\dots\dots$
Déssiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	
Soit f la fonction de variable réelle telle que $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+3x+2}$. Déterminer $f(D_f)$ où D_f est le domaine de définition de f	$f(D_f) = \dots\dots\dots$
Soit a un paramètre réel et f_a la fonction définie par $f_a(x) = e^{-x} + ax$. On désigne par C_a la représentation graphique de f_a dans un plan rapporté au repère (O, i, j) . Déterminer le point d'intersection $M(x_0, y_0)$ de la tangente de f_a au point d'abscisse x_0 avec l'axe (O, j) .	$M(x_0, y_0) = \dots\dots\dots$
On considère une fonction h dérivable sur \mathbb{R}^* telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
$\forall x \in]0, +\infty[f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$. Soit $g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$ avec $x > 0$. Calculer $g'(x)$	$g'(x) = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^x (t-1) \exp(-t) dt$ avec $x \in \mathbb{R}$	$I = \dots\dots\dots$
Calculer $J = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$J = \dots\dots\dots$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots\dots\dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = $\dots\dots\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots\dots\dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre $(0, 1, \dots, 9)$ 6 fois et 2 opérations $(+, -, \times, \div)$?	$100 = \dots\dots\dots$

Concours commun d'accès en Première année de l'ENSAM

Université Moulay Ismail Meknès
Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Meknès

Université Hassan II Mohammedia-Casablanca
Ecole Nationale Supérieure
d'Arts et Métiers - Casablanca

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Physique

Durée : 2h 15 min

le 29 Juillet 2013

- L'épreuve contient 5 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Calculatrice non autorisée

Physique I (Mécanique) : Les parties I et II sont indépendantes.

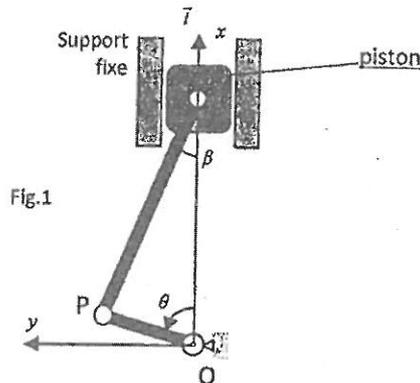
L'objet de l'étude est un système, composé de 3 solides rigides (figure 1) qui sont un piston (un petit cylindre de masse m_p), une tige rigide (PQ) (inextensible) de longueur l , de masse négligeable et un bras (OP) de longueur R et de masse m_b , de moment d'inertie I_b (par rapport à l'axe fixe (O, Δ)). La tige (PQ) permet de lier le piston avec le bras et reste tout le temps en liaison avec le bras (au point P) et avec le piston (au point Q). Le mouvement du piston est une translation suivant l'axe vertical Ox , celui du bras (OP) est une rotation d'axe fixe (O, Δ) avec une vitesse de rotation constante ω_0 (rd/s). On note (figure 1):

- angle de rotation instantanée du bras: $\theta(t)$; angle d'inclinaison de la tige par rapport à Ox : $\beta(t)$,
- position instantanée du piston: $x(t)$ telle que $\vec{OQ} = x(t)\vec{i}$, avec \vec{i} est le vecteur unitaire suivant Ox ;
- Rapport des dimensions: $\varepsilon = R/l$, L'accélération de la pesanteur: $\vec{g} = -g\vec{i}$, avec $g(m/s^2)$.

Important : La présente étude concerne seulement la plage de fonctionnement: $0 \leq \theta(t) \leq \pi$, correspondant à la descente du piston.

Partie I : l'objet de cette partie consiste à déterminer le couple produit sur le bras lors de la descente du piston.

1. En se basant sur un raisonnement purement géométrique (relations dans le triangle OPQ), exprimer l'angle d'inclinaison $\beta(t)$ en fonction de $\theta(t)$ et ε ; puis exprimer la position du piston $x(t)$ en fonction de R , l et $\theta(t)$.
2. Quelle approximation peut-on considérer pour que $x(t)$ peut s'écrire sous la forme: $x(t) \approx A \cos \theta(t) + B$, où A et B sont des constantes à identifier. Cette approximation sera considérée dans la suite du problème et on écrit: $x(t) = A \cos \theta(t) + B$.
3. Exprimer $\theta(t)$ (sachant que $\theta(t=0) = 0$), la vitesse $v(t)$ puis l'accélération $\gamma(t)$ du piston en fonction de R , ω_0 et le temps t .



Dans la suite, on considère que le piston est soumis sur sa face supérieure à une force supplémentaire $\vec{F} = -F(t)\vec{i}$, où $F(t) = F_0 \sin \theta(t)$ et F_0 est une constante positive donnée.

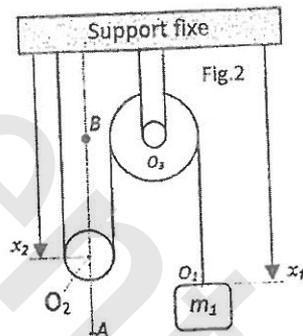
- On désigne par $\vec{F}_{p/t}$ et $\vec{F}_{b/t}$ les forces appliquées sur la tige, respectivement par le piston (p) au point Q et par le bras (b) au point P. Etant donné que la masse de la tige (PQ) est négligeable, en appliquant le PFD (principe fondamental de la dynamique), trouver la relation entre ces deux forces en précisant leurs directions. Justifier la relation : $\vec{F}_{t/p} + \vec{F}_{p/t} = \vec{0}$, où $\vec{F}_{t/p}$ est la force appliquée par la tige (t) sur le piston (p) au point Q.
- Au moyen d'un schéma (voir fiche des réponses), tracer le bilan des forces appliquées sur le piston. Respecter le sens du mouvement indiqué.
- En appliquant le PFD et en tenant compte de l'approximation $\cos \beta \approx 1$, déterminer le module de la force $\vec{F}_{t/p}$, en fonction de $m_p, g, \dot{x}, \ddot{x}, \theta, \lambda$ et F_0 . En déduire le module de $\vec{F}_{t/b}$ (force de la tige (t) sur le bras (b) au point P).
- En appliquant le PFD (équation des moments) au bras, déterminer le couple $C(t)$ produit sur ce bras, lors de la descente du piston, en fonction de $m_p, m_b, g, \dot{x}, \ddot{x}, \theta, \dot{\theta}, \lambda, F_0, R, l_b$, sachant que la distance du point O à la droite (PQ) est approximée par $h(t) = R \sin \theta$. Exprimer $C(t)$ en fonction de $m_p, m_b, g, \lambda, F_0, R, \omega_0$ et le temps t .

Partie II : Un système S de levage (fig.2) est constitué d'une masse m_1 , d'une poulie d'axe mobile, d'une poulie d'axe fixe et d'un câble inextensible, tel que :

- Poulie mobile : centre O_2 , rayon R_2 , masse m_2 , moment d'inertie négligé,
- Poulie d'axe fixe : centre O_3 (qui fait la distance d par rapport au support fixe), rayon R_3 , moment d'inertie I_3 , vitesse de rotation (par rapport à son axe fixe) $\omega_3(t)$,
- Câble : inextensible, longueur totale L , de masse négligeable.

La trajectoire du point O_2 est le segment de droite AB. On désigne par $x_1(t)$ et $x_2(t)$ les positions instantanées respectives de la masse m_1 et de la poulie mobile. Le sens positif est orienté vers le bas, l'accélération de la pesanteur g est également vers le bas.

- On note x_{01} et x_{02} les positions initiales (à $t=0$) respectives de m_1 et de m_2 , exprimer l'énergie potentielle Ep_1 de m_1 et Ep_2 de m_2 en fonction de $m_1, m_2, g, x_1, x_2, x_{01}$ et x_{02} en considérant Ep_1 nulle en x_{01} et Ep_2 nulle en x_{02} .
- Exprimer l'énergie cinétique E_c de S en fonction de $m_1, m_2, I_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2$ et ω_3 ; En déduire son énergie mécanique E_m en fonction de $m_1, m_2, I_3, R_3, g, x_1, x_2, x_{01}, x_{02}, \dot{x}_1$ et \dot{x}_2 .
- Du fait que le câble est inextensible, sa longueur totale L vérifie à chaque instant l'équation $L = x_1 + 2x_2 + C$. Trouver la constante C en fonction de R_2, R_3 et la distance d .



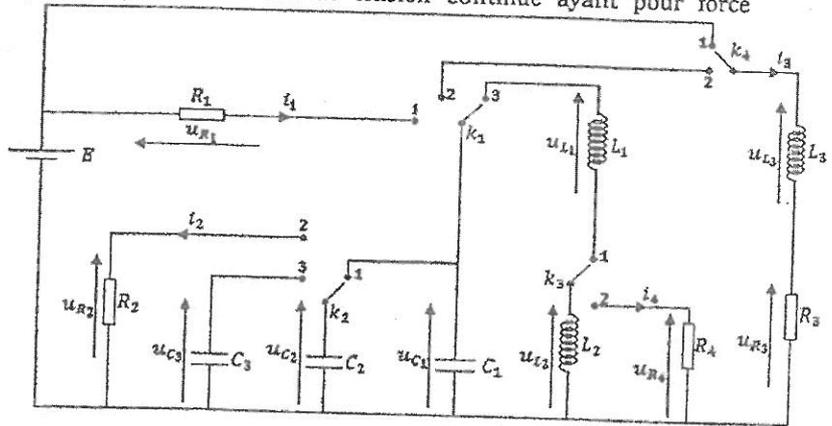
- Trouver l'accélération γ de la poulie mobile en fonction de m_1, m_2, I_3, R_3 et g .
- A l'instant initial, les vitesses sont nulles. Trouver les équations horaires des vitesses $v_1(t), v_2(t)$ et des positions $x_1(t), x_2(t)$ en fonction de γ, x_{01}, x_{02} et le temps t .
- En considérant à nouveau qu'à l'instant initial, les vitesses sont nulles (système au repos) et en se basant sur le résultat de la question 11, distinguer les cas possibles à propos du mouvement du système S.
- Dans cette question, on supprime la masse m_1 et on tire verticalement vers le bas le câble par une force F (au point O_1) à fin de faire monter la masse m_2 . Exprimer cette force F (en statique) en fonction de m_2 et g . Peut-on imaginer l'intérêt pratique de ce système ?
- Déterminer cette force si en plus on souhaite que la poulie 2 ait une accélération γ constante donnée. Faire le calcul pour $m_2 = 100 \text{ Kg}, g = 10 \text{ m/s}^2$ et $\gamma = -2 \text{ m/s}^2$.

Physique II (Electricité) : Les parties A, B, C, D et E sont indépendantes.

Le montage ci-dessous est alimenté par un générateur idéal de tension continue ayant pour force électromotrice : $E = 10V$.

Il comporte :

- Trois condensateurs de capacités : C_1, C_2 et C_3 .
- Trois bobines d'inductances : L_1, L_2 et L_3 , ayant toutes des résistances internes négligeables.
- Quatre conducteurs ohmiques : R_1, R_2, R_3 et R_4 .
- Quatre interrupteurs : k_1, k_2, k_3 et k_4 .



Le tableau suivant regroupe l'ensemble des composants avec leurs valeurs.

Composant	Nature	Valeur
R	Résistance	$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100 \Omega$
L	Bobine	$L_1 = L_2 = 50 \text{ mH}$ et $L_3 = 100 \text{ mH}$
C	Condensateur	$C_1 = C_2 = 10 \mu F$ et $C_3 = 100 \mu F$

Partie A. k_1 est en position (1) et k_2 est en position (1).

Dans cette partie, on note : C , la capacité du condensateur équivalent aux deux condensateurs C_1 et C_2 en parallèle, et t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives. On suppose qu'à l'instant t_0 , les condensateurs sont totalement déchargés.

1. Quelle est la valeur de la capacité C en μF ?
2. A l'instant t_0 , quelle est la valeur, en mJ , de l'énergie stockée au sein du circuit ?
3. En supposant que $C = 5\mu F$, quelle est la valeur, en ms , de la constante du temps du circuit ?
4. On donne l'expression temporelle de la tension : $u_{C_1}(t) = A(1 - e^{-B \cdot t})$. Déduire les constantes A et B en fonction de R_1, C et E .
5. Donner l'expression temporelle du courant $i_1(t)$ en fonction de R_1, C et E .

Partie B. k_2 est en position (2).

Dans cette partie, on note : t_0 , l'instant où l'interrupteur k_2 bascule vers la position (2), et on suppose que $u_{C_2}(t_0) = 10V$.

6. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{C_2}(t)$ en fonction de R_2 et C_2 .
7. Pour quelle valeur de R_2 , en $k\Omega$, la constante du temps aurait du être égale à $10ms$?
8. Quelle est l'énergie, en mJ , stockée dans le condensateur C_2 à l'instant t_0 ?

Partie C. k_4 est en position (1).

9. Donner l'expression temporelle de la tension u_{L_3} en fonction de L_3, R_3 et E .

10. Quelle est la valeur, en régime permanent, du courant i_3 en mA ?
11. Lorsque le régime permanent est établi, quelle sera l'énergie stockée, en mJ , au niveau de la bobine ?

Partie D. k_1 est en position (3), k_2 est en position (1) et k_3 est en position (1).

Dans cette partie, on note L l'inductance équivalente des bobines L_1 et L_2 en série, et t_0 , l'instant où les interrupteurs basculent vers leurs positions respectives.

On suppose aussi que $u_{C_1}(t_0) = 5V$.

12. Quelle est la valeur, en mH , de l'inductance L ?
13. Quelle est la valeur, en mJ , de l'énergie maximale qui sera stockée au niveau de la bobine L_1 ?
14. Quelle est la valeur maximale du courant traversant la bobine L_1 ?

Partie E. k_1 est en position (2), k_2 est en position (1) et k_4 est en position (2).

15. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C_1} .

(Voir correction S. Ifath)

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| Questions à réponse précise, Partie A ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \frac{1+ai}{2a+(a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$	
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left(\left(f(x^2)\right)^2\right)$	
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels pairs entre 0 et x ?	

|| Questions à réponse précise, Partie B ||

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de E : $A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_E^A$	
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	
Calculer $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	
Calculer $J = \int_{\frac{\pi}{2n}}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x dx$	
Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1} - (ax^2+b) + \frac{1-\cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 1$	
Calculer $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de \mathcal{C} définie par $ \pi - \arg(z) < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x+3y-5=0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS-MEKNES

Concours d'entrée en Première année de l'ENSAM de Meknès
Filières : Sciences Expérimentales, et Techniques

Epreuve de Physique
Durée : 2h 30

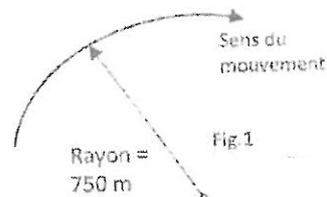
Meknès, le 26 juillet 2012

- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche des réponses » à rendre avec la feuille d'examen
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Physique I (Mécanique) : Les parties I, II, et V sont indépendantes, les parties III et IV sont enchainées.

Partie I : Une motocyclette roule sur un tronçon circulaire (virage) d'une route de 750 m de rayon. Elle roule avec une vitesse de 100 km/h. A un moment donné, le motocycliste ralentit avec une accélération constante. On désigne par v , γ_t , γ_n et γ la vitesse instantanée, l'accélération tangentielle, l'accélération normale et le module de l'accélération, respectivement. Sachant qu'au bout de 8s, la vitesse de la motocyclette est réduite à 75 km/h, calculer au début de freinage:

1. L'accélération tangentielle et l'accélération normale γ_t et γ_n de la motocyclette
2. Le module γ de l'accélération et l'angle α que fait la composante tangentielle γ_t avec le vecteur accélération $\vec{\gamma}$.
3. Tracer sur le schéma, en respectant le sens de mouvement (fig.1) les différentes accélérations γ_t , γ_n , $\vec{\gamma}$ et α .



Partie II : La motocyclette a parcouru sur une route droite, une distance d , en 4 phases telles que :

- Phase 1 ($0 \leq t \leq 6s$) : elle part avec une vitesse initiale nulle, mais avec une accélération constante ($\gamma=1m/s^2$) durant un temps de 6s
- Phase 2 ($6s \leq t \leq t_2$) : à partir de $t_2=6s$, elle a une accélération également constante mais de valeur $\gamma=1,5m/s^2$, durant un temps Δt_2 inconnu ; à la fin de cette deuxième phase, elle atteint la vitesse $v=12$ m/s,
- Phase 3 ($t_2 \leq t \leq t_3$) : elle conserve cette vitesse ($v=12m/s$) pendant un temps Δt_3 inconnu
- Phase 4 ($t_3 \leq t \leq 40s$) : elle est en freinage, sa décélération est constante, et elle s'arrête complètement en 6s.

Le temps total de la circulation du trajet est de $T=40s$. Les origines de la position $x(t)$ et le temps t sont prises égales à zéro.

4. Calculer la vitesse de la motocyclette en $t=t_1=6s$ et calculer les temps t_2 et t_3 .
5. Calculer sa position $x(t)$ pour $t=t_1$, $t=t_2$ et $t=t_3$. Calculer ensuite la distance totale parcourue d .

Partie III : Dans cette partie, on considère que la motocyclette soit de masse m (y compris la masse du motocycliste), qui roule sur un plan horizontal ou incliné avec une vitesse v (parallèle au chemin de déplacement). La motocyclette se met en mouvement grâce à son moteur qui développe une force de traction F . On note par $g(m/s^2)$ l'accélération de la pesanteur. Lors de son mouvement, la motocyclette est soumise à deux forces qui s'opposent au mouvement :

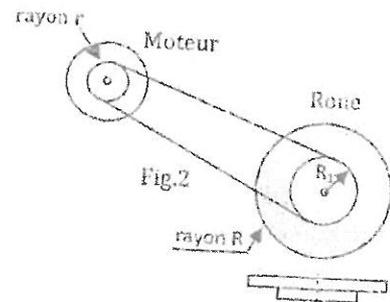
- Force F_r (appelée résistance au roulement), donnée par la formule : $F_r = f_r mg$, où f_r est un coefficient supposé constant;
- Force F_a , résistance de l'air (appelée force aérodynamique), donnée par l'expression : $F_a = \frac{1}{2} \rho A C_d v^2$, où ρ , A et C_d sont des constantes. ρ : masse volumique de l'air, A : surface frontale de la motocyclette et C_d : coefficient constant. La vitesse v est exprimée en m/s et F_a (N).

Les directions de F_r et F_a sont *parallèles* à la direction du mouvement. Pour les applications numériques, on prendra : $g=10 \text{ m/s}^2$, $m=200 \text{ kg}$, $\rho=1.25 \text{ Kg/m}^3$, $A=0.6 \text{ m}^2$, $Cd=0.75$, $f_r=0.007$.

6. Pour une accélération constante γ , sur *plan horizontal*, exprimer la force de traction F de la motocyclette que son moteur doit fournir en fonction de la vitesse v , l'accélération γ et des données. Après A.N., donner F en fonction de v et γ , uniquement.
7. Dans cette question, la motocyclette grimpe une pente, qui fait un angle $\alpha=5^\circ$ par rapport à l'horizontale, avec la loi de vitesse, décrite dans la partie précédente (Partie II). Faire l'A.N. et donner la force F en fonction de v *seulement*, pour les phases 1 et 4. Pour quelle vitesse v , F sera nulle (phase 2).

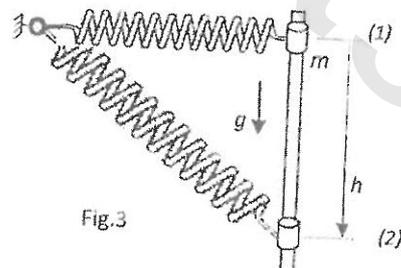
Partie IV: Dans l'objectif de déterminer les relations entre les grandeurs relatives au moteur de la motocyclette à celles relatives à la roue, nous considérons le montage d'essai de la figure 2 : le moteur entraîne l'une des deux roues (cette roue est appelée par la suite roue motrice) à travers une courroie *inextensible* (assimilée à un brin) et *sans glissement* (dans ce montage, les axes de rotation sont supposés *fixes*). La roue motrice est assimilée à un plateau composé de deux cylindres homogènes coaxiaux en aluminium de rayons respectifs R et R_1 , ayant même hauteur h , la masse volumique de l'aluminium est $\rho_a=2690 \text{ kg/m}^3$. On donne :

- Le moment d'inertie du moteur : *négligée*
- Rayon de l'arbre moteur où passe la courroie : $r=5,75 \text{ cm}$
- Grand rayon de la roue motrice, $R=21 \text{ cm}$, hauteur h ($h=0,2 \text{ cm}$)
- Rayon au niveau de la roue (motrice), où passe la courroie, $R_1=11,5 \text{ cm}$



8. Exprimer le moment d'inertie de la roue motrice, I_r , en fonction de ρ_a , h , R et R_1 . Calculer I_r (kg.m^2). Rappel : le moment d'inertie d'un cylindre de rayon R par rapport à son axe est donné par $I=\pi R^2/2$.
9. Exprimer la vitesse angulaire ω_R de la roue motrice en fonction de la vitesse angulaire ω_m du moteur et les rayons r et R_1 . Justifier votre réponse. En déduire une relation similaire entre les accélérations angulaires $\dot{\omega}_m$ et $\dot{\omega}_R$. On pose par la suite : $G = \omega_R / \omega_m$.
10. Le couple T_e développé par le moteur est transmis à la roue motrice à travers la courroie, on désigne sa valeur par T_b , appliqué sur la roue. On admet la relation entre ces deux couples : $T_e = G.T_b$. Soit F_m la composante tangentielle qui matérialise l'action appliquée par le sol sur la roue motrice. Par application du principe de la dynamique à la roue, exprimer F_m en fonction de R , G , I_r , $\dot{\omega}_R$ et T_e .
11. Pour un couple $T_e=k\omega_m$ (k est une constante), et après A.N., exprimer F_m en fonction de ω_R , $\dot{\omega}_R$ et k .
12. Pour une force F_m nulle, donner l'équation différentielle du mouvement de la roue sous la forme $a\dot{\omega}_R + b\omega_R = 0$, où on précise les constantes a et b en fonction de k , R , G , et I_r . Après A.N., donner ω_R en fonction du temps t (on prendra $k=20$).

Partie V: On considère un système composé d'un petit cylindre assimilé à un point matériel de masse $m=10 \text{ kg}$ et d'un ressort de raideur $k=500 \text{ N/m}$ et de longueur initiale $l_0=100 \text{ mm}$, sa longueur dans la position horizontale (1) est $l=200 \text{ mm}$. La masse m glisse sans frottement le long d'une tige verticale, tel qu'il est illustré sur la figure 3. La masse est lâchée du repos à partir de la position (1), elle atteint la position (2), située à la distance h avec une vitesse v_2 (2). On choisit la position (1) comme référence pour l'énergie potentielle due à la pesanteur. On note E_p : énergie potentielle, E_c : énergie cinétique et E_m : énergie mécanique, relatives au système.



13. Calculer E_{p1} et E_{m1} du système (masse-ressort) dans la position (1).
14. Exprimer E_{p2} , E_{c2} en fonction de m , g , l , l_0 , h , k et v_2 , du système dans la position (2).
15. Exprimer la vitesse v_2 de la masse lors de son passage vers le bas devant la position h , en fonction de m , g , h , l , l_0 et k . Calculer v_2 pour $h=150 \text{ mm}$.

Physique II (Electricité) :

Problème.

Sur la figure (Fig.1) est schématisé un circuit électrique comportant un générateur de tension continue de force électromotrice $E = 10\text{ V}$, un condensateur de capacité C , une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, trois conducteurs ohmiques de résistances R_1 , R_2 et R_3 , et quatre interrupteurs K_1 , K_2 , K_3 et K_4 . On utilise une centrale d'acquisition qui permet de visualiser les tensions u_C et u_L et le courant i_L . Toutes les expériences sont indépendantes, et les valeurs de R_1 , R_2 , R_3 , L et C peuvent changer d'une expérience à l'autre.

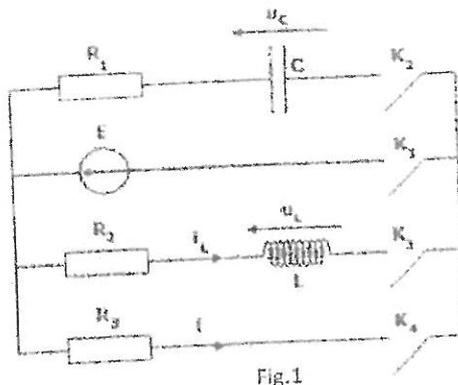


Fig.1

Expérience A.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés, K_3 et K_4 sont ouverts.

1. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C en fonction de E , R_1 et C .
2. La résistance $R_1 = 20\ \Omega$, et la constante du temps du circuit vaut $0,4\text{ ms}$. Déduire la valeur de la capacité C .
3. Une fois le condensateur totalement chargé, quelle sera l'intensité du courant i_C qui le parcourt?
4. Si l'on remplace R_1 par deux conducteurs ohmiques montés en parallèle de résistances $R = 10\ \Omega$ chacun. Quelle sera la valeur de la constante du temps du nouveau circuit ?

Expérience B.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_1 et K_3 sont fermés, K_2 et K_4 sont ouverts.

Le courant i_L est reporté sur la figure (Fig.2).

5. Quelle est la valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL ?
6. En déterminant la valeur finale du courant i_L , donner la valeur de la résistance R_2 .
7. Déduire la valeur de l'inductance L .

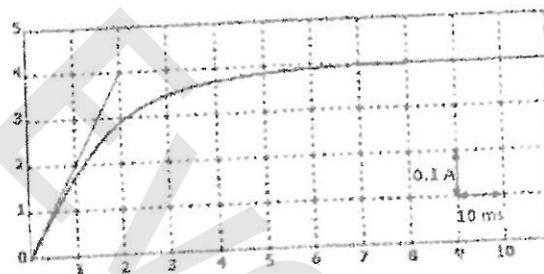


Fig.2

Expérience C.

Dans cette expérience, les interrupteurs K_2 et K_4 sont fermés, K_1 et K_3 sont ouverts.

A l'instant $t=0$, le condensateur, supposé de capacité $C = 50\ \mu\text{F}$, est complètement chargé. L'évolution de la tension u_C et reportée sur la figure (Fig.3).

La résistance $R_1 = 20\ \Omega$.

8. Quelle est la valeur de la sensibilité verticale (l'échelle en V/div)?
9. En déterminant la constante du temps du circuit, déduire la valeur de la résistance R_2 .

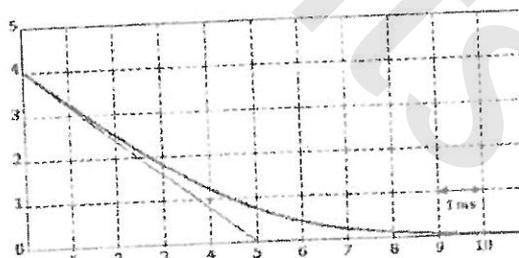


Fig.3

Expérience D.

On court-circuite les conducteurs ohmiques R_1 et R_2 (on peut supposer $R_1 = R_2 = 0$) et on remplace la bobine par une autre d'inductance L' et de résistance r .

Le condensateur est complètement chargé, et est supposé de capacité $C = 50 \mu\text{F}$.

A l'instant $t=0$, les interrupteurs K_2 et K_3 sont fermés, K_1 et K_4 sont ouverts.

L'évolution de la tension u_c et reportée sur la figure (Fig.4).

10. En supposant que la pseudo-période est à peu près égale à la période propre d'oscillation du circuit LC, calculer la valeur de l'inductance L' .

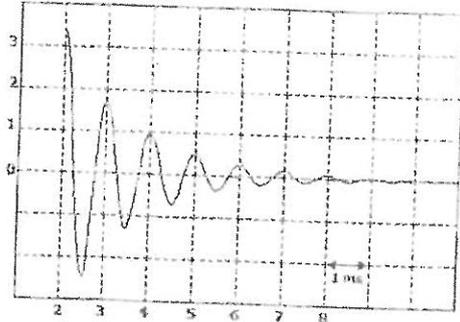


Fig.4

Exercice.

Répondre par Vrai ou Faux

1.	La constante de temps d'un dipôle RL est inversement proportionnelle à la valeur de la résistance.
2.	La constante du temps d'un circuit RL est égale à la durée nécessaire pour que le courant y circulant se stabilise.
3.	La période propre d'oscillation d'un circuit LC augmente lorsque la valeur de la capacité C augmente.
4.	On peut considérer que la résistance interne d'une bobine L n'a aucun effet sur la période d'oscillation d'un circuit LC.
5.	La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours inférieure à la valeur de la capacité la plus faible.
6.	Dans un circuit LC parfait la tension aux bornes du condensateur tend vers zéro en régime permanent.
7.	L'intensité du courant dans un circuit RC en début de charge est non nulle même si le condensateur est initialement déchargé.
8.	La résistance équivalente de deux conducteurs ohmiques en série est toujours supérieure à la valeur de la résistance la plus grande.
9.	On ne peut pas utiliser un oscilloscope pour mesurer l'intensité du courant dans un circuit RC.
10.	L'impédance d'un condensateur en régime continu est très faible.
11.	La valeur efficace d'une tension sinusoïdale peut être négative.
12.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance d'une bobine augmente.
13.	Si le courant traversant une bobine est constant, alors forcément la tension à ses bornes est nulle.
14.	La tension aux bornes d'un condensateur est en avance de phase par rapport au courant le traversant.
15.	La capacité équivalente de deux condensateurs en parallèle est toujours de valeur supérieure à la valeur de la capacité la plus grande.
16.	Quand la fréquence du courant diminue, l'impédance du condensateur augmente.
17.	En régime continu, un condensateur est équivalent à un court-circuit.
18.	Quand un condensateur est totalement chargé, le courant qui le traverse est nul.
19.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RC, est toujours apériodique.
20.	La tension aux bornes du condensateur, dans un circuit RLC en régime libre, est toujours pseudopériodique.

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))

Questions	Réponses
<p>Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?</p> <p>(a) La somme de deux fonctions monotones est monotone</p> <p>(b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$</p> <p>(c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$</p> <p>(d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$</p> <p>(e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel</p>	
<p>Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes :</p> <p>(a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$</p> <p>(b) La fonction ψ est strictement décroissante et positive</p> <p>(c) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E</p> <p>(d) La fonction h, définie sur \mathbb{R}, atteint toutes les valeurs de \mathbb{N}</p> <p>(e) Tout réel possède une racine carré dans \mathbb{R}</p>	

|| Questions à réponse précise, Partie II ||

Répondre dans la colonne Réponses (Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Soit le segment $P_1(-8, 5)$ et $F_2(6, 11)$. Déterminer les coordonnées du point $F(x, y)$ situé aux deux tiers de ce segment à partir du point P_1	
Trouver les entiers relatifs a , b et c de sorte que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x - a)(x - 10) + 1 = (x + b)(x + c)$	
E , F et G étant trois ensembles finis, exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles E , F , G , $E \cap F$, $E \cap G$, $F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	
Exprimer à l'aide d'intervalles de \mathbb{R} l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	
Représenter graphiquement le domaine limité par : $x^2 + y^2 + 2y \leq 3$, $x + y \leq 0$ et $x > -1$	
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, * et /	
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20}$	
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k + 7)$	
Diviser $20xy + 5y^2 - 10y - 12x + 6$ par $5y - 3$ avec $x \in \mathbb{R}$ est un paramètre fixé	

Questions à réponse précise, Partie C

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
<p>Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?</p>	
<p>Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x$ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$</p>	
<p>Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$</p>	
<p>Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par</p> $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ xe^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ <p>Calculer $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ avec $x \in I$</p>	
<p>On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$</p>	
<p>Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1$</p>	
<p>Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f, définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{2e^x + 1}{1 - e^x}$</p>	
<p>Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$</p>	
<p>Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x</p>	
<p>Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation : $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$</p>	

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS-MEKNES

Concours d'entrée en Première année de l'ENSAM de Meknès
Filières : Sciences Expérimentales, et Techniques

Epreuve de Physique
Durée : 2h 30

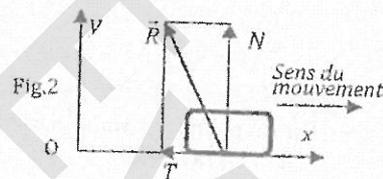
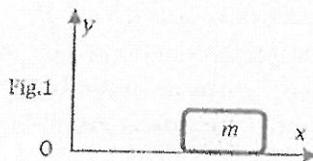
Meknès, le 09 Aout 2011

- L'épreuve contient 6 pages
- Répondre dans la feuille : « Fiche de réponses »
- Toute application numérique manquant l'unité ne sera pas comptée

Les pages 5/6 et 6/6 sont des fiches des réponses à rendre.

Exercice 1.

On considère un corps solide, de masse m , qui glisse horizontalement sur le sol suivant l'axe (Ox) du repère galiléen $R(Oxyz)$, Fig. 1. On lui donne une vitesse initiale v_0 (sens positif de Ox), soit d la distance parcourue avant de s'arrêter à cause du frottement entre le corps mobile et la surface de glissement. On rappelle qu'en présence du frottement, la force \vec{R} du sol sur le solide est telle que $\vec{R} = N \vec{y} + T \vec{x}$ avec $|T| = \mu N$ (fig.2). μ est une constante positive, appelée coefficient de frottement ; le sens de la composante T est de sens contraire du mouvement du corps par rapport au sol.

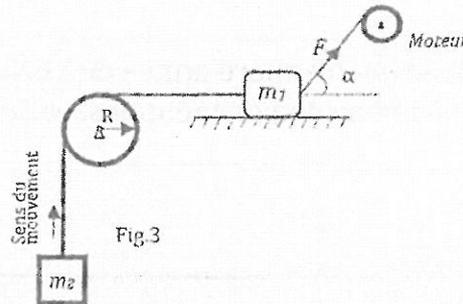


1. En utilisant la deuxième loi de Newton, exprimer l'accélération γ du corps en fonction de μ et g . En déduire la nature de son mouvement.
2. Exprimer le coefficient de frottement μ en fonction de v_0 , g et d . Calculer μ pour $v_0 = 10 \text{ m/s}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ et $d = 50 \text{ m}$.
3. Déterminer l'équation horaire $x(t)$; A l'instant initial ($t = 0$), on prend l'abscisse de m : $x = 0$.
4. Exprimer le temps t_1 mis pour parcourir la distance d , en fonction de v_0 et d . Calculer t_1 .
5. On réalise un autre essai dans les mêmes conditions, mais cette fois-ci, le plan est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, le corps se déplace vers le haut suivant la droite de plus grande pente. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer le coefficient de frottement μ en fonction de v_0 , g , d et α .

Exercice 2.

Soit le système composé de deux masses m_1 et m_2 et d'une poulie de rayon R et de moment d'inertie J_A par rapport à son axe (fixe). Le câble liant les deux masses et passant par la poulie est inextensible et ne glisse pas sur la poulie. A l'aide d'un moteur, la masse m_1 est tirée par une force de grandeur F dont

la droite d'action fait un angle α par rapport à l'horizontale (Fig.3). Le coefficient de frottement entre m_1 et la surface de glissement est μ . On note par γ l'accélération des deux masses.



6. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à la masse m_1 , exprimer la force T_1 , appliquée par le câble sur m_1 , en fonction de F, α, μ, m_1, g et γ .
7. En appliquant la même loi à la masse m_2 , exprimer la force T_2 , appliquée par le câble sur m_2 , en fonction de m_2, g et γ .
8. Exprimer l'accélération γ , en fonction de $F, \alpha, \mu, m_1, m_2, g, J_1$ et R .
9. Le moteur qui tire la masse m_1 permet de régler la valeur de F , pour quelle valeur de F , l'accélération γ sera nulle.
10. Le moteur cesse d'appliquer la force F (c'est-à-dire : $F=0$), exprimer l'accélération γ des masses m_1 et m_2 en fonction de m_1, m_2, g, J_1 et R . On néglige les frottements dans cette question.

Exercice 3.

On considère le système composé d'une masse ponctuelle m et deux ressorts R_1 et R_2 de raideurs respectives k_1 et k_2 (Fig.4). Les frottements sont négligés. Le déplacement de la masse m est horizontal et sa position est repérée par l'abscisse $x(t)$, comptée à partir de la position où les deux ressorts sont en état de repos (ni allongement ni raccourcissement). On écarte la masse de sa position d'équilibre ($x=0$) puis on la lâche.



11. Exprimer les énergies potentielles E_{p1} et E_{p2} des deux ressorts en fonction de k_1, k_2 et $x(t)$.
12. Exprimer l'énergie cinétique E_c de la masse m en fonction de m et la vitesse $\dot{x}(t)$.
13. Par application du théorème de conservation de l'énergie mécanique, établir l'équation différentielle du mouvement de la masse m . En déduire la période du mouvement du système en fonction de m, k_1 et k_2 .

Dans ce qui suit, on prend $k = k_1 = k_2$.

14. Par un chronomètre, on mesure la durée de 100 périodes et on trouve $\Delta t = 50 \text{ s}$, exprimer puis calculer la raideur k sachant que la masse $m = 0.1 \text{ Kg}$.
15. Donner l'équation horaire $x(t)$ (avec application numérique) sachant qu'à l'instant $t=0$: $x(0) = 4 \text{ cm}$ et $\dot{x}(0) = 1 \text{ m/s}$.

Exercice 4.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 24V$, deux condensateurs de capacités respectives : $C_1 = 10 \mu F$ et $C_2 = 150 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

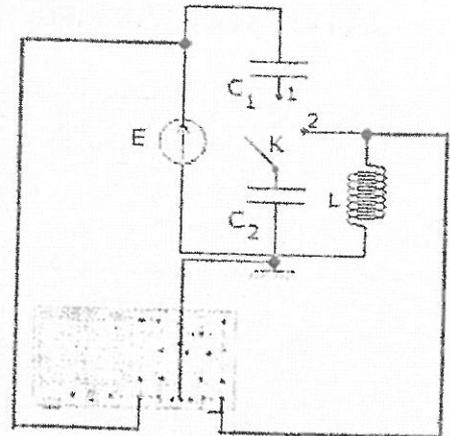


Fig 4

L'interrupteur k est en position (1).

16. Donner l'expression de la capacité équivalente C des deux capacités C_1 et C_2 .
17. Calculer sa valeur numérique.
18. Donner l'expression de la tension aux bornes de la capacité C_2 lorsque les deux condensateurs sont complètement chargés.
19. Calculer sa valeur numérique.
20. Donner l'expression de la charge électrique Q_2 du condensateur C_2 .

L'interrupteur k est en position (2).

La figure (5) illustre la tension aux bornes de la bobine L .

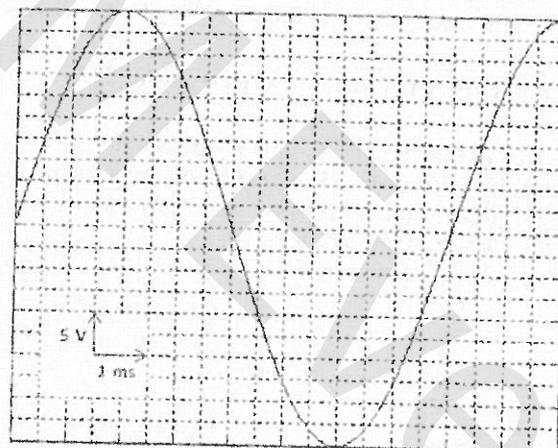


Fig.5

21. Donner l'équation différentielle vérifiée par cette tension qu'on note $u_L(t)$.
22. Donner l'expression de la tension $u_L(t)$.
23. Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations en fonction de L et C_2 .
24. Calculer sa valeur numérique.
25. Déduire la valeur de l'inductance L .

Exercice 5.

Le montage ci-contre comporte un générateur idéal de force électromotrice constante $E = 15V$, deux résistances R_1 et R_2 , un condensateur de capacité $C = 42 \mu F$ et une bobine d'inductance L .

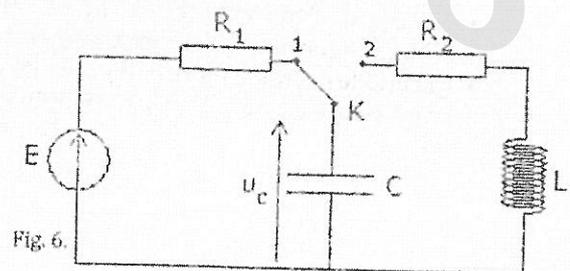


Fig. 6.

La figure (7) montre l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.

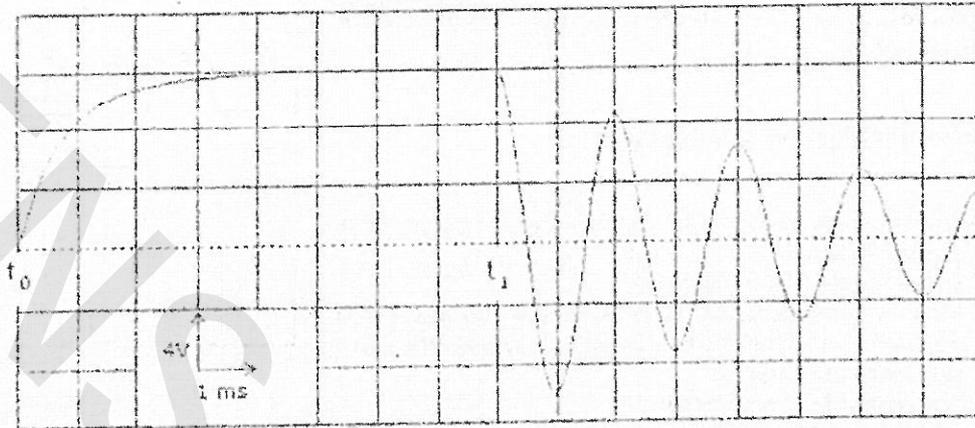


Fig. 7.

À l'instant t_0 , l'interrupteur K est en position (1).

26. La constante du temps du circuit RC étant égale à 0.9 ms. Quelle est la valeur de la résistance R_1 ?
27. Une fois le condensateur est complètement chargé, calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

À l'instant t_1 , l'interrupteur K bascule à la position (2).

28. Déterminer la valeur de la pseudo-période d'oscillation.
29. Donner l'expression de la période d'oscillation propre d'un circuit LC.
30. Sachant que la pseudo-pulsation peut être approximée par la pulsation propre d'un circuit LC, déterminer la valeur de l'inductance L.

Exercice 6.

Répondre par vrai ou faux.

- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'un condensateur augmente.
- Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'une bobine augmente.
- La valeur efficace d'une tension sinusoïdale de valeur maximale 5V est égale à 3.53V.
- La valeur maximale du déphasage entre deux tensions sinusoïdales est égale à π rad.
- La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux capacités.
- La résistance équivalente de deux résistances en parallèle est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux résistances.
- La capacité d'un condensateur augmente d'autant plus que l'épaisseur de son diélectrique est faible.
- En régime continu, le courant traversant un condensateur est toujours nul.
- La période propre d'un circuit LC est inversement proportionnelle à la capacité.
- La puissance active consommée par un dipôle est toujours supérieure à la puissance apparente.

Corrigé Physique 2016

sc. exp 5 BT.

Physique II (Electricité) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
I.1.	$Q_0 = C\mathcal{E}$		I.6.	Constante du temps $\tau = (R+r)C$	
I.2.	$i(\infty) = 0$		I.7.	$i(t) = C \cdot \frac{2\mathcal{E}}{C} e^{-t/\tau} = \frac{2\mathcal{E}}{R+r} e^{-t/\tau}$	
I.3.	$i(0) = \frac{2\mathcal{E}}{R+r}$		2.1.	$i_1(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_1} (1 - e^{-\frac{R_1}{RC}t})$	
I.4.	$q(\infty) = C \cdot u_c(\infty) = 3\mathcal{E}C$		2.2.	$i_2(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_2} e^{-t/R_2C}$	
I.5.	$A = 3\mathcal{E}C$ $B = -2\mathcal{E}C$		2.3.	$t_0 = \infty$ $i_{max} = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$	
TOTAL/20pts					

QCM Physique II (Electricité) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
I.1.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input checked="" type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		2.2.	a. <input checked="" type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>	
I.2.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input checked="" type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		3.	a. <input checked="" type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>	
2.1.	a. <input checked="" type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		4.	a. <input type="checkbox"/> b. <input checked="" type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>	
TOTAL/12pts					
TOTAL de l'épreuve de physique /64pts					

Fiche de réponse :		Physique I (Mécanique) : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0			
N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.1	$E_p =$		1.6	$r_{min} =$	
1.2	$E_c =$		2.1		
1.3			2.2	$\theta_1 =$	
1.4			2.3		
1.5			2.4		
TOTAL/20pts					
Fiche de réponse : QCM Physique I (Mécanique) Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse : -1					
N° question	Réponse	Note	N° question	Réponse	Note
1.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input checked="" type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		4.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input checked="" type="checkbox"/>	
2.	a. <input checked="" type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		5.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input checked="" type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>	
3.	a. <input type="checkbox"/> b. <input checked="" type="checkbox"/> c. <input type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>		6.	a. <input type="checkbox"/> b. <input type="checkbox"/> c. <input checked="" type="checkbox"/> d. <input type="checkbox"/>	
TOTAL/12pts					

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

مركز تنمية انساني
من 13 الى 2 من اجل
الطلاب، هاتف: 92 66 46 35 05

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition $P: " \forall a \in \mathbb{R}_+^*; a + \frac{1}{a} \geq 2 "$. Donner la négation et le tableau de vérité de P .	$\bar{P}: \exists a \in \mathbb{R}_+^*, a + \frac{1}{a} < 2 "$ P est vraie
Q2	Soit la proposition $A: "Il$ existe un polynôme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ à coefficients a, b, c et d dans \mathbb{Z} tel que $P(1) = 1$ et $P(2015) = 2"$. En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si A est vraie ou A est fausse.	A est fausse
Q3	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1?	$4 \times 8^3 = 2048$
Q4	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi i}{7}}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S = -\frac{1}{2}$
Q5	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C .	$z = [1, \pi/3]$ $\theta = \pi/3$
Q6	Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \dots + \frac{1}{n+n^2}$.	$\lim_n u_n = 0$
Q7	Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3/4$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1} .	$Df^{-1} =]0, +\infty[$ $f^{-1}(x) = -\ln(e^x - 1)$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e .	$F(x) = \ln(\ln(x)) + 1$
Q10	Soient $f(x) = \tan(x)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1cm$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par C_f et les droites $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$.	$A = \frac{\ln(2)}{2}$
Q11	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx, \forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim_n I_n = 0$
Q12	Soit S la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent P à S au point $O(0,0,0)$.	$(E): x + y = 0$
Q13	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $(\sqrt{x})^x = x^{\sqrt{x}}$.	$S = \{1, 4\}$
Q14	Sachant que $x \mapsto \sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 = \sin^2(x) + (2 \cos(2x)) + \frac{1}{2} \sin(2x)$
Q15	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P = \frac{98}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{294}{10000}$
Q16	On considère un rectangle de longueur x . Déterminer la valeur minimale P_m du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100.	$P_m = 40$
Q17	Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$.	$S = \{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

Partie II : Questions à choix multiples

Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse = 0pts, plus d'une réponse ou une réponse fausse = -1pt

Q18. On considère le disque unité $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition $P: " \exists A, B \subset \mathbb{R}; D = A \times B "$. Alors

<input type="checkbox"/> $(1,0) \in D$ et P est vraie	<input type="checkbox"/> $(0,1) \in D$ et P est vraie	<input checked="" type="checkbox"/> P est fausse	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---	---	--	--

Q19. Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n; \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right); \forall n \geq 1$. La suite (v_n) est

<input type="checkbox"/> arithmétique	<input checked="" type="checkbox"/> géométrique de raison $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> constante	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---------------------------------------	---	------------------------------------	--

Q20. Soit $f(x) = x - \ln|2e^x - 1|$. Alors

<input type="checkbox"/> f est bornée au voisinage de $-\infty$.	<input type="checkbox"/> f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$.	<input checked="" type="checkbox"/> f est bornée au voisinage de $+\infty$.	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---	---	--	--

Q21. Pour quelle valeur de a la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in]0, +\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

<input type="checkbox"/> $a = -1$	<input type="checkbox"/> $a = \ln(2)$	<input checked="" type="checkbox"/> $a = 1$	<input type="checkbox"/> $a = 0$
-----------------------------------	---------------------------------------	---	----------------------------------

Q22. La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0,1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

<input checked="" type="checkbox"/> un unique point	<input type="checkbox"/> deux points	<input type="checkbox"/> aucun point	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
---	--------------------------------------	--------------------------------------	--

Q23. Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit C sa courbe représentative. Alors

<input type="checkbox"/> f est dérivable à gauche de 0	<input type="checkbox"/> f est dérivable à droite de 0	<input type="checkbox"/> f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le haut	<input checked="" type="checkbox"/> f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le bas
--	--	---	---

Q24. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative C_f de f

<input checked="" type="checkbox"/> admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$	<input type="checkbox"/> admet une asymptote oblique en $+\infty$	<input type="checkbox"/> est au-dessus de la droite $y = 0$	<input type="checkbox"/> aucune des trois réponses
--	---	---	--

Q25. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 1)e^x$. Sa courbe représentative C_f

<input type="checkbox"/> est convexe	<input type="checkbox"/> est concave	<input type="checkbox"/> admet un maximum local en 0	<input checked="" type="checkbox"/> admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$
--------------------------------------	--------------------------------------	--	--

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières Sciences Expérimentales et Techniques

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 20				Note	
1. Vitesse $v_1 = \frac{2d}{T} - v_2$		$\gamma = \frac{2}{T^2}(d - Tv_2)$			
2. Distance $D = \frac{v_1^2}{2\gamma} = \frac{1}{16} (m)$					
3. Moments des poids de m_1 et m_2		4. L'accélération			
$M_1 = \frac{m_1 g l \cos \theta}{2}$	$M_2 = \frac{-m_2 g l \cos \theta}{2}$	$\alpha = \frac{2(m_1 - m_2)g \cos \theta}{l(M/3 + m_1 + m_2)}$			
5. Enoncé (3 ^{ème} loi) : S'il y a interaction entre deux corps, la force du corps 1 sur le corps 2 est égale et opposée à la force du corps 2 sur le corps 1.		L'accélération : $\gamma = \frac{F}{M_1 + M_2}$			
6. Force de contact entre les deux blocs : $C = \frac{M_2 F}{M_1 + M_2}$		7. Force de contact entre les deux blocs : = $C = \frac{M_2 F}{M_1 + M_2} + \frac{(\mu_2 - \mu_1) M_1 M_2}{M_1 + M_2} g$			
8. Angle maximal : $\alpha = \arctan(4\mu/3)$					
9. Composante : $R_N = \frac{mv^2}{R} + mg \cos \theta$		Accélération tang. $\gamma_t = g \sin \theta$			
10. Vitesse $v_0 = \sqrt{Rg}$					
11. Raccourcissement minimal : $x_0 = \sqrt{\frac{6mRg}{k}}$					
12. Energie mécanique E_m : $E_m = \frac{mR^2 \dot{\theta}^2}{2} + mgR(1 - \cos \theta)$					
13. Equation du mouvement : $\ddot{\theta} + g/R \sin \theta = 0$		Période : $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{R/g}$			
14. Equation horaire : $\theta(t) = \theta_0 \cos \omega_0 t$					
15. L'angle et les accélérations		$\theta = \theta_0 \sqrt{2}/2$	$\gamma_n = g \theta_0^2 / 2$	$\gamma_t = -g \theta_0 \sqrt{2}/2$	
Cocher la bonne réponse	2 points pour une réponse juste, (-1 pt) pour une réponse fausse et (0 pt) pour le cas sans réponse				
	16.	a	B	c	d
	17.	a	b	c	d
	18.	a	b	c	d
		a	b	c	d
	19.	a	b	c	d
20.	a	b	c	d	

Physique II : sciences expérimentales

Problème. Une réponse juste: + 2, Une réponse fausse ou pas de réponse: 0.

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	note
1.	La constante du temps du circuit	$\tau = C_1(R_1 + R_2)$	
2.	La durée nécessaire, en milliseconde, pour que la tension U_1 soit égale à 9.5 V	$T = 3 \tau$	
3.	La valeur permanente du courant traversant la résistance R_1	$I = 0 A$	
4.	La valeur de la tension $U_1(t)$ à l'instant t_1	$U_1(t_1) = 10 V$	
5.	L'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t_1	$E = \frac{1}{2} C_1 U_1(t_1)^2$	
6.	L'équation différentielle qui caractérise la tension $U_2(t)$ après l'instant t_1	$R_2 C_2 \frac{dU_2}{dt} + U_2 = 0$	
7.	La durée nécessaire pour que la tension $U_2(t)$ soit égale à la moitié de sa valeur à l'instant t_1	$T = \ln(2) R_2 C_2$	
8.	Les paramètres : α et β	$\alpha = \frac{R_3}{L}$ et $\beta = \frac{1}{L C_2}$	
9.	La valeur permanente de la tension U_2	$U_2(\infty) = 0 V$	
10.	La fréquence d'oscillation du courant I_3	$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L C_2}}$	

Partie QCM

Une réponse juste: + 2, Pas de réponse: 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse: -1.

QCM				
	Réponse			Note
1.				
2.			<input type="checkbox"/> c	
3.		<input type="checkbox"/> b		
4.	<input type="checkbox"/> a			
5.	<input type="checkbox"/> a			
6.		<input type="checkbox"/> b		
7.			<input type="checkbox"/> c	
8.				<input type="checkbox"/> d
9.	<input type="checkbox"/> a			
10.				<input type="checkbox"/> d

Total : /40

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fausse = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \sum_{k=1}^n e^{\frac{k}{n^2}} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$	$\lim_n u_n =$	
Q2 2pt	Résoudre, dans $[0, 2\pi]^2$, le système: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ et $S = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$	
Q3 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{42}$	$z = 1$	
Q4 2pt	Déterminer, Γ , l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz + 1)(z + i - 1) \in i\mathbb{R}$	Γ est $y = \frac{1}{1-2x}$	
Q5 2pt	Soit $a \in]0, \pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^n \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D = \frac{\sin a}{2^n \sin\left(\frac{a}{2^n}\right)}$	
Q6 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$	
Q7 2pt	Soit f une fonction positive sur son domaine de définition et dérivable en $a > 0$. Déterminer $l = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{f(a)}\right)^{\frac{1}{\ln x - \ln a}}$	$l = \frac{1}{2}$	
Q8 2pt	Calculer la limite $j = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)}{x \sin(\sin x)}$	$j = \frac{1}{12}$	
Q9 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ telles que: $\forall x \in \mathbb{R}^+, f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$	$f(x) =$	
Q10 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0, \pi[\quad g(x) = \cos x \sqrt{1 - \cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0, \pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	$g'(x) = \dots$	
Q11 2pt	Soit h définie sur \mathbb{R}^+ par $h(x) = \ln e^x - e^{2x} $ Déterminer h^{-1} .	$\forall x \in D_{h^{-1}} = \dots$ $h^{-1}(x) = \dots$	
Q12 2pt	Calculer: $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_1^x \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$	$I =$	
Q13 2pt	Calculer $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$J =$	
Q14 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x$, $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t) dt = 0$, $y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) = (K_1 \cos 3x + K_2 \sin 3x) e^{-x} + \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{36} \cos 3x$	
Q15 2pt	Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $3^x + 4^x = 5^x$	$S = \dots$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse = 0pt, plus d'une réponse ou une réponse fautive = -1pt.

Q16: Pour quelles valeurs de m le système $\begin{cases} -X - Y - 2mZ = 1 \\ X + (1-m)Y + Z = 2 \\ 2X + 3Y + mZ = 3 \end{cases}$ admet une solution unique:

- A -1 et un nombre négatif
 B uniquement -1
 C -1 et un nombre positif
 D -1 et $1/2$

Q17: Sur $[0, +\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

- A toujours positive
 B toujours négative
 C négative puis positive
 D positive puis négative

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f'(x) = e^{\frac{1+\ln x}{1-\ln x}}$. Alors sa courbe C_f admet:

- A une asymptote oblique en $+\infty$
 B en $x = e$ une demi tangente à gauche
 C en $x = e$ une demi tangente à droite verticale
 D aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom "SMARA" dans un ordre quelconque?

- A $\frac{1}{5006}$
 B $\frac{10}{1001}$
 C $\frac{50}{14^5}$
 D aucunes des trois réponses

Q20: Une boîte B_1 contient 2 jetons numérotés: 1, 3. Une boîte B_2 contient 2 jetons numérotés: 2, 2. Une boîte B_3 contient 2 jetons numérotés: 1, 0. On tire au hasard un jeton a de B_1 , un jeton b de B_2 , un jeton c de B_3 . Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

- A 0,5
 B 0,25
 C 0,75
 D 1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1, 1, 1)$ et $B(7, -5, 5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètres est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1, 1, -1)$ est:

- A $2x - 3y + 4z + 5 = 0$
 B $4x + 3y + 2z - 5 = 0$
 C $2x + 2y - z - 5 = 0$
 D $4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_n^{n+1} e^{\frac{x}{n}} dx$. Alors

- A $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
 B $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
 C $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
 D $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e$

Q23: Sur \mathbb{R}^* , la fonction $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ admet:

- A Un maximum local
 B Deux maximums locaux
 C Un minimum local
 D Deux minimums locaux

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $\left]0, \frac{\pi}{3}\right]$?

- A Cinq solutions
 B Six solutions
 C Sept solutions
 D Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right) =$$

- A 0
 B 1
 C $+\infty$
 D cette limite n'existe pas

Notes

Epreuve de physique

Durée: 2h00

Le 2 Août 2014

Fiche de réponse

Important : La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature

Physique I (Mécanique) : Barème : Une réponse juste : 3pts, Une réponse fausse ou pas de réponse:0

N° question	Réponse	Note	
1.	$\vec{P} = -mg\vec{j}$ et $\vec{T} = -k(l_0 - r)\vec{e}_r$	3	
2.	$r_e = l_0 + mg/k$	3	
3.	$\vec{j} = \sin\theta\vec{e}_r + \cos\theta\vec{e}_\theta$	3	
4.	$\vec{v}(M/R) = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$	3	
5.	$\vec{\gamma}(M/R) = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$	3	
6.	$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 - (r - l_0)\frac{k}{m} - g\sin\theta$	$\ddot{\theta} = -\frac{g\cos\theta}{r} - \frac{2\dot{r}\dot{\theta}}{r}$	1.5/1.5
7.	$g(\theta)\frac{k}{m} = f(\theta) - g\sin\theta$	3	
8.	Valeur moyenne $\left(\frac{k}{m}\right) \approx 10$	3	
9.	$k \approx 50N/m$	$l_0 \approx 2m$	1.5/1.5
10.	$r_1 = a\left(1 + \frac{mg}{2ak}\right)$	$r_2 = a\left(1 - \frac{mg}{2ak}\right)$	1.5/1.5
11.	$\ddot{x} = -\frac{2k}{m}\left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{a^2 + \delta^2}}\right)x$	3	
12.	$T = 2\pi\left(\sqrt{\frac{m}{2k(1 - l_0/a)}}\right)$	3	
TOTAL/36pts			

Physique II (Electricité) : Barème : Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse:0

N° question	Réponse	Note
1.	y_1 représente la tension aux bornes de la bobine	2
2.	$E=10V$	2
3.	$R=R_1+r$	2
4.	$u_1(t) = E \frac{R_1}{R_1+r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ avec $\tau = \frac{L}{R_1+r}$	2
5.	$A=I_1(\infty)/R_1=0,8A$	2
6.	$r = u_2(\infty)/I_1(\infty)=2,5\Omega$	2
7.	$\tau=1ms$	2
8.	$L=\tau*(R_1+r)=12,5mH$	2
9.	$w = \frac{1}{2} LI_2^2(\infty)=4mJ$	2
10.	$i_1(0^+) = E/(R_1+R_2)=0,5A$	2
11.	$L_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \frac{di_2}{dt} + i_2 = \frac{E}{R_1}$	2
12.	$i_2(t) = \frac{E}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$ avec $\tau_1 = L_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$	2
13.	$u_1(t) = E \left(1 - \frac{R_2}{R_1+R_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$	2
14.	$i_1(\infty)=E/R_1=1A$ $i_3(\infty)=0$	1+1
15.	$t_m = \tau_1 \ln 9 = 4,394ms$	2
16.	$R_{eq}=R_1=10\Omega$	2
17.	$i_2 + \frac{L_1}{R_2} \frac{di_2}{dt} = 0$	2
18.	$i_2(t) = i_2(0)e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ avec $i_2(0) = 1A$ et $\tau_2 = \frac{L_1}{R_2} = 1ms$	2
TOTAL/36pts		

PARTIE QCM : Barème : Une réponse juste : + 2, Pas de réponse : 0, Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :-1

	N° question	Réponse				Note
		a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
Mécanique	1.1.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	1.2.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	2.1	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	2.2	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	3.1	a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	3.2	a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	3.3	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input checked="" type="checkbox"/>	
Electricité	5.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	6.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input checked="" type="checkbox"/>	
	7.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input checked="" type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	8.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	9.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	10.	a. <input type="checkbox"/>	b. <input checked="" type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
	11.	a. <input checked="" type="checkbox"/>	b. <input type="checkbox"/>	c. <input type="checkbox"/>	d. <input type="checkbox"/>	
Total /28pts						

W

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

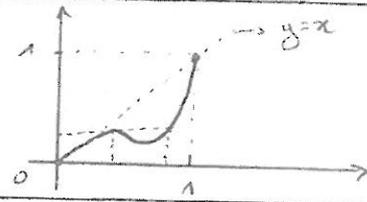
Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancais.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : ...Vraie. 2. : ...faux. 3. : ...faux. 4. : ...Vraie
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots \{(-2, 4)\} \dots$
Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots \{(-1, 3, 5)\} \dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots \{\pi/2\} \dots$
Trouver un polynôme P de degré minimum tel que $P(-1) = -2, P(0) = 1, P(1) = 0$ et $P(2) = 4$	$P(x) = (x-1) \left(\frac{(x+1)(x-2)}{2} - \frac{x(x-2)}{3} + \frac{2x(x+1)}{3} \right)$
Déterminer l'ensemble des réels x vérifiant : $\frac{2x+1}{x+1} \leq \frac{2-3x}{2-x}$	$S = \dots]-\infty, 0] \dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ et } \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots \frac{n(n+1)(4n-1)}{6} \dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2-1}{k^2+k-6}$	$B_n = \dots \frac{20(n-1)}{(n+2)(n+3)} \dots$
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots [1, 2] \cup [7, 3] \dots$
Quelles sont les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	Les fonctions constantes

Questions	Réponses
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \dots 2 \dots$
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \begin{cases} 2x+7 & x < 0 \\ 2x^2+1 & 0 < x \leq 3 \\ x^2 & x > 3 \end{cases}$
Dessiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : (a) f est continue sur $[0, 1]$. (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$. (d) f n'est pas bijective	
Soit f la fonction de variable réelle telle que $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+3x+2}$. Déterminer $f(D_f)$ où D_f est le domaine de définition de f	$f(D_f) = \dots]-\infty, 1] \cup [9, +\infty[\dots$
Soit a un paramètre réel et f_a la fonction définie par $f_a(x) = e^{-x} + ax$. On désigne par C_a la représentation graphique de f_a dans un plan rapporté au repère (O, i, j) . Déterminer le point d'intersection $M(x_0, y_0)$ de la tangente de f_a au point d'abscisse x_0 avec l'axe (O, j) .	$M(x_0, y_0) = \left(x_0, \frac{e^{-x_0} + ax_0}{a - e^{-x_0}}, a \right) \dots$
On considère une fonction h dérivable sur \mathbb{R}^* telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$. On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{x\sqrt{1+x^2} + (x^2+1)}$
$\forall x \in]0, +\infty[f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$. Soit $g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$ avec $x > 0$. Calculer $g'(x)$	$g'(x) = \dots 0 \dots$
Calculer $I = \int_0^x (t-1) \exp(-t) dt$ avec $x \in \mathbb{R}$	$I = \dots -x \cdot e^{-x} \dots$
Calculer $J = \int_0^{11} x^2 - 5x + 6 dx$	$J = \int_0^2 (x^2 - 5x + 6) dx + \int_2^3 (5x - x^2 - 6) dx + \int_3^{11} (x^2 - 5x + 6) dx$ $J = 415/2$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots 5 \dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = $\dots 6 \dots$ mouchoirs / jour \dots
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boîte ?	$P = \dots 50g \dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre $(0, 1, \dots, 9)$ 6 fois et 2 opérations $(+, -, \times, \div)$?	$100 = \dots 99 \dots + \dots 99 \dots / 99 \dots$

Université Moulay Ismaïl
 Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès
CONCOURS D'ENTRÉE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| Questions à réponse précise, Partie A ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	$f(x+4\pi) = \sin\left(2\pi + \frac{x}{2}\right) + \cos(x+4\pi)$ $= f(x)$ $\Rightarrow T = 4\pi$
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	$S = \left\{ \frac{k\pi}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	$a = b = 16$
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \frac{1+ai}{2a+(a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$	
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left(\left(f(x^2)\right)^2\right)$	$g'(x) = 4x f(x^2) f'(x) g(x)$
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	$f(E) = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	Max $_{x \in [-1,1]} f(x) = 3$ Min $_{x \in [-1,1]} f(x) = 0$
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = 0,02$ $\Rightarrow \widehat{BAC} = 1,55 \text{ rad}$
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels pairs entre 0 et x ?	

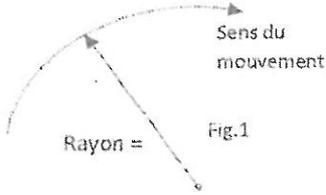
|| Questions à réponse précise, Partie B ||

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de E : $A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta \bar{A}$	<p>par définition</p> $A\Delta E = (A \cup E) \setminus (A \cap E) = E \setminus A = \bar{A}$ $A\Delta \bar{A} = (A \cup \bar{A}) \setminus (A \cap \bar{A}) = E \setminus \emptyset = E$
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	$AB = AC = BC = \frac{1}{3}$
Calculer $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	$I = \sqrt{2} \ln(\sqrt{2} - 1)$
Calculer $J = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x dx$	$J = \frac{(-1)^n e^{-n\pi} (e^{-\pi} + 1)}{2}$
Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	$g \circ f = \begin{cases} 2u+7 & \text{si } u \in [0, +\infty[\\ u^2 & \text{si } u \in [-\sqrt{3}, 0[\\ 2u^2+3 & \text{si } u \in]-\infty, -\sqrt{3}] \end{cases}$
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1} - (ax^2+b) + \frac{1-\cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 1$	
Calculer $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de \mathbb{C} définie par $ \pi - \arg(z) < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x+3y-5=0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

2012

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières Sciences Expérimentales et Techniques

FICHE DES REPONSES (Physique I) : Questions 1 à 15		Note
1.	Accélération tangentielle : $\gamma_t = 0,86 \text{ m/s}$ Accélération normale : $\gamma_n = 1,02 \text{ m/s}$	
2.	Module de l'accélération $\gamma = 1,33 \text{ m/s}$ Angle $\alpha(\vec{\gamma}, \vec{\gamma}_t)$ ($^\circ$) = $49,8^\circ$	
3. (Schéma, fig.1)		
4. Vitesse ($t=t_1$) : $v_1 = 6 \text{ m/s}$	$t_2 = 10 \text{ s}$	$t_3 = 22 \text{ s}$
5. Positions : $x(t=t_1) = 18 \text{ m}$	$x(t=t_2) = 153 \text{ m}$	$x(t=t_3) =$ $d = 453 \text{ m}$
6. Force de traction : $F = \frac{1}{2} \rho A C_d V^2 - \rho_w m g + m \gamma$ A.N. $F(v, \gamma) = 0,28 V^2 + 200 \gamma - 14$		
7. Phase 1 : $F = 0,28 V^2 + 560,2$	Phase 4 : $F = 0,28 V^2 + 160,3$ $v = 23,92 \text{ m/s}$	
8. Moment d'inertie $I_p = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 h (R^2 + R_1^2)$		A.N. $I_p = 6,14 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$
9. $\omega_R = \frac{v}{R_1} \omega_m$	Justification : $V_R = V_m \Rightarrow R_1 \omega_R = v \omega_m \Rightarrow \omega_R = \frac{v}{R_1} \omega_m$	
10. Force : $F_m = \frac{I_p}{R_1} \dot{\omega}_R + \frac{I_e}{a} R_1$		
11. $F_m = I_R \dot{\omega}_R + \omega_R R_1$		
12. Constante $a = I_R$	Constante $b =$	$\omega_R(t) = \alpha e^{-\frac{b}{a} t}$
13. Energies (1) : $E_{p1} = 2,5 \text{ J}$		$E_{m1} = 2,5 \text{ J}$
14. Energies (2) : $E_{p2} = -m g \cdot h$ $E_{c2} = \frac{1}{2} m v_x^2$		
15. Vitesse : $v_2 = \sqrt{2gh + \frac{k}{m} (t-t_0)^2}$		A.N. $v_2 = 2,031 \text{ m/s}$

Physique II

Cette feuille est un document à rendre et ne doit porter aucun signe indicatif ou signature du candidat

Problème		Chaque question est notée sur 2 points	
		Réponse	Note
1.	L'équation différentielle vérifiée par la tension u_c en fonction de E , R_1 et C .	$R_1 C \frac{du_c}{dt} + u_c = E$	
2.	La valeur de la capacité C .	$C = 2 \cdot 10^{-5} F = 20 \mu F$	
3.	L'intensité du courant i_c qui parcourt le condensateur.	$i_c = 0$	
4.	La valeur de la constante du temps du nouveau circuit.	$\tau = 100 ms$	
5.	La valeur numérique de la constante du temps du dipôle RL.	$\tau = 20 ms$	
6.	La valeur de la résistance R_2 .	$R_2 = 25 \Omega$	
7.	La valeur de l'inductance L .	$L = 0,5 H$	
8.	La sensibilité verticale (l'échelle en V/div)?	$S = 2 V/div$	
9.	La valeur de la résistance R_3 .	$R_3 = 80 \Omega$	
10.	La valeur de l'inductance L' .	$L' = 1,5 mH$	

Exercice (bonne réponse +1, mauvaise réponse -0.5)

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
1.	Vrai	
2.	Faux	
3.	Vrai	
4.	Vrai	
5.	Vrai	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
6.	Faux	
7.	Vrai	
8.	Vrai	
9.	Vrai	
10.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
11.	Faux	
12.	Faux	
13.	Faux	
14.	Faux	
15.	Faux	

Question	Réponse (Vrai/Faux)	Note
16.	Vrai	
17.	Vrai	
18.	Vrai	
19.	Vrai	
20.	Faux	

5/6

Note

/40

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Mardi 09/08/11 - Durée : 2h 10mn

Questions à réponse précise, Partie I

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (1Pt))

Questions	Réponses
<p>Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?</p> <p>(a) La somme de deux fonctions monotones est monotone</p> <p>(b) $\forall x > 1, \frac{x-1}{\ln(x-1)} \in \mathbb{R}$</p> <p>(c) Soit A, B et C trois ensembles, on a $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$</p> <p>(d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 \implies x < 0$</p> <p>(e) La somme de deux irrationnels est un irrationnel</p>	<p>a) Fausse.</p> <p>(b) Fausse. $D_f =]1, 2[\cup]2, +\infty[$</p> <p>(c) Fausse, pour $A = B = \mathbb{R}$ et $C = \mathbb{R}^+$ $(A \cup B) \cap C = \mathbb{R}^+$ et $A \cup (B \cap C) = \mathbb{R}$</p> <p>(d) Vrai.</p> <p>(e) Fausse, $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ sont irrationnels mais leur somme qui est nulle n'est pas irrationnel</p>
<p>Traduire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes :</p> <p>(a) La fonction f est constante sur $[0, 5]$</p> <p>(b) La fonction ψ est strictement décroissante et positive</p> <p>(c) La fonction g n'est pas injective sur l'ensemble E</p> <p>(d) La fonction h, définie sur \mathbb{R}, atteint toutes les valeurs de \mathbb{N}</p> <p>(e) Tout réel possède une racine carré dans \mathbb{R}</p>	<p>(a) $(\exists k \in \mathbb{R}) (\forall u \in [0, 5]) f(u) = k$</p> <p>(e) $(\forall b \in \mathbb{R}) (\exists a \in \mathbb{R}) b = a^2$</p>

|| Questions à réponse précise, Partie II ||

Répondre dans la colonne Réponses (Chaque question est notée sur (2Pts))	
Questions	Réponses
Soit le segment $P_1(-8, 5)$ et $P_2(6, 11)$. Déterminer les coordonnées du point $P(x, y)$ situé aux deux tiers de ce segment à partir du point P_1	
Trouver les entiers relatifs a, b et c de sorte que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x-a)(x-10) + 1 = (x+b)(x+c)$	
E, F et G étant trois ensembles finis, exprimer $\text{card}(E \cup F \cup G)$ en fonction des cardinaux des ensembles $E, F, G, E \cap F, E \cap G, F \cap G$ et $E \cap F \cap G$	$\text{Card}(E \cup F \cup G) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) + \text{Card}(G) - \text{Card}(E \cap F) - \text{Card}(E \cap G) - \text{Card}(F \cap G) + \text{Card}(E \cap F \cap G)$
Exprimer à l'aide d'intervalles de \mathbb{R} l'ensemble suivant : $A = \{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x < 4\}$	$A = [2, 4] \cup [-4, -2]$
Représenter graphiquement le domaine limité par : $x^2 + y^2 + 2y \leq 3, x + y \leq 0$ et $x > -1$	
Comment faire 21 avec les chiffres 1 5 6 et 7 utilisés qu'une fois chacun, et en utilisant à son gré les opérateurs simples +, -, * et /	$6 \div (1 - 5 \div 7) = 6 \div \frac{2}{7} = 21$
Calculer le nombre complexe $B = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$	$B = \left[\sqrt{2}, \frac{7\pi}{12}\right]^{20} = \left[2^{12}, 14\pi\right] = 2^{12} = 4096$
Calculer $\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{2^k + 3^{k+2}}{5^{k+1}}$	$\alpha = \frac{2}{15} \left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n\right) + \frac{27}{40} \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n\right)$
Calculer $\beta = \sum_{k=1}^n (2k+7)$	$\beta = \sum_{k=1}^n (2k+7) = n(n+8)$
Diviser $20xy + 5y^2 - 10y - 12x + 6$ par $5y - 3$ avec $x \in \mathbb{R}$ est un paramètre fixé	

Questions à réponse précise, Partie C

Répondre dans la colonne Réponses (NB : Chaque question est notée sur (2Pts))

Questions	Réponses
<p>Pour quelles valeurs de $\beta \in \mathbb{R}$, l'équation $x^2 + \sqrt{x} - \beta = 0$ admet une unique racine dans l'intervalle $[0, 1]$?</p>	
<p>Déterminer la fonction f telle que $g \circ f(x) = 2 x$ sachant que g est la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$</p>	
<p>Calculer $\int t^3 \cos t^2 dt$</p>	$-\frac{\cos^2 t}{4} + \frac{t^4 \cdot \cos^2 t}{4} + \frac{1}{4}$
<p>Soit la fonction f définie sur $I = [0, 3]$ par</p> $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ xe^{x^2} & \text{si } x \in]0, 2[\\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{2x}{1+x^2} & \text{si } x \in]2, 3] \end{cases}$ <p>Calculer $F(x) = \int_0^x f(x) dx$ avec $x \in I$</p>	
<p>On considère, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Trouver une relation entre I_n et I_{n-1} avec $n > 1$</p>	
<p>Calculer la dérivée, lorsqu'elle existe, de la fonction suivante : $f(x) = x \ln x+1$</p>	
<p>Déterminer l'équation de la droite qui est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$ de la fonction f, définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{2e^x + 1}{1 - e^x}$</p>	
<p>Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+3x}}$</p>	
<p>Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $E(x) = 3$ avec $E(x)$ est la partie entière de x</p>	
<p>Donner l'ensemble S des réels appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ vérifiant l'équation :</p> $(\sin x)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 0$	

2011

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières : Sc. Exp., et Tech

FICHE DES REPONSES : Exercices 1, 2 et 3		Note
1. Accélération de la masse m : $\gamma = \frac{-\mu N}{m}$	Nature mouvement : rectiligne uniformément retardée	
2. Coefficient de frottement : $\mu = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{d}$	A.N. $\mu = 0,1$	
3. Equation horaire : $x(t) = -\frac{1}{2} \gamma t^2 + V_0 t$		
4. Temps mis : $t = -\frac{1}{\gamma} \gamma t^2 + V_0 t = d$	A.N. $t = 10s$	
5. Coefficient de frottement : $\mu = \frac{\frac{1}{2} V_0^2 - g d \sin \alpha}{g d \cos \alpha}$		
6. Force du câble sur m_1 : $T_1 = F \cos \alpha + \mu m g + m \gamma$		
7. Force du câble sur m_2 : $T_2 = m_2 g + m \gamma$		
8. Accélération de la masse m : $\gamma = \frac{F R \cos \alpha + \mu m_1 g R - m_2 g R}{m_2 R - m_1 R + (J/R)}$		
9. Force F pour laquelle $\gamma = 0$: $F = \frac{m_2 g R - \mu m_1 g R}{R \cos \alpha}$		
10. Accélération des masses : $\gamma = \frac{\mu m_1 g R - m_2 g R}{m_2 R - m_1 R + (J/R)}$		
11. Energies potentielles :	$E_{p1} = \frac{1}{2} (K_1 - K_2) x^2$	$E_{p2} = \frac{1}{2} (K_2 - K_1) x^2$
12. Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$		
13. Equation différentielle : $\ddot{X} + \frac{K_1 + K_2}{m} X = 0$	Période : $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$	
14. Raideur des ressorts : $k = K_1 + K_2$	A.N. $k = 6,8 \times 10^2 \text{ N/m}$	
15. Equation horaire : $x(t) = 4 \cos(12,56t)$		

Cette feuille ne doit porter aucun signe indicatif ni signature
Filières : Sc. Exp., et Tech

FICHE DES REPONSES : Problème et Exercice 4			
Partie 1		Réponse	Note
16.	La valeur limite de la tension $u_c(t)$:	$u_c(t \rightarrow +\infty) =$	
17.	L'amplitude de la tension E :	$E =$	
18.	L'équation différentielle qui lie la tension $u_c(t)$ à la tension E :		
19.	L'expression de la constante du temps du dipôle :	$\tau =$	
20.	La valeur numérique de la constante de temps :	$\tau =$	
21.	La valeur de la capacité C :	$C =$	
22.	L'énergie emmagasinée dans la capacité une fois complètement chargée :	$E_c =$	
23.	L'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$:		
24.	L'expression exacte de la tension :	$u_c(t) =$	
25.	La valeur de la constante de temps ?	$\tau =$	
26.	La valeur de la résistance R_2 :	$R_2 =$	
Partie 2		Réponse	Note
27.	La valeur efficace de la tension E :	$E_{eff} =$	
28.	La valeur de la fréquence f :	$f =$	
29.	Le déphasage entre les deux tensions :	$\varphi =$	
30.	La valeur de la capacité C :	$C =$	
Exercice 4		Réponse juste : +1 & Réponse fautive : -1	Note (+1/-1)
Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'un condensateur augmente.		F	
Quand la fréquence du courant augmente, l'impédance d'une bobine augmente.		V	
La valeur efficace d'une tension sinusoïdale de valeur maximale 5V est égale à 3.53V.		V	
La valeur maximale du déphasage entre deux tensions sinusoïdales est égale à π rad.		F	
La capacité équivalente de deux condensateurs en série est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux capacités.		V	
La résistance équivalente de deux résistances en parallèle est toujours de valeur plus faible que la plus faible des deux résistances.		V	
La capacité d'un condensateur augmente d'autant plus que l'épaisseur de son diélectrique est faible.		F	
En régime continu, le courant traversant un condensateur est toujours nul.		F	
La période propre d'un circuit LC est inversement proportionnelle à la capacité.		F	
La puissance active consommée par un dipôle est toujours supérieure à la puissance apparente.		F	