جامعة مولاي إسماعيل
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAIL

المدرسة الوطنية العليا للفنون و المهن
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS

ensam CASABLANCA

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur ***2pts***

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition P: " $\forall a \in \mathbb{R}_+^*;\ a + \frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de P.	$\overline{P}$: P est
Q2	Soit la proposition A: "Il existe un polynôme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ à coefficients a, b, c et d dans $\mathbb{Z}$ tel que $P(1) = 1$ et $P(2015) = 2$". En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si A est vraie ou A est fausse.	A est
Q3	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1?	
Q4	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi}{7}i}$, $a = z + z^2 + z^4$ et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\overline{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S =$
Q5	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme B en C.	$z =$ $\theta =$
Q6	Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \cdots + \frac{1}{n+n^2}$.	$\lim\limits_{n} u_n =$
Q7	Calculer $\lim_{x \to 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$	$\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1}.	$Df^{-1} =$ $f^{-1}(x) =$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e.	$F(x) =$
Q10	Soient $f(x) = tan(x)$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par $\mathcal{C}_f$ et les droites $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$.	$A =$
Q11	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1 + x)\, dx$, $\forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim\limits_{n} I_n =$
Q12	Soit $\mathcal{S}$ la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent $\mathcal{P}$ à $\mathcal{S}$ au point $O(0,0,0)$.	(E):
Q13	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\left(\sqrt{x}\right)^x = x^{\sqrt{x}}$.	$S =$
Q14	Sachant que $x \mapsto sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle (E): $y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 =$
Q15	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P =$
Q16	On considère un rectangle de longueur x. Déterminer la valeur minimale P_m du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100 .	$P_m =$
Q17	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$.	$S =$

Partie II : Questions à choix multiples

*Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse = **0pts**, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **- 1pt***

Q18. On considère le disque unité $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition P: "$\exists A, B \subset \mathbb{R};\ D = A \times B$". Alors

	$(1,0) \in D$ et P est vraie		$(0,1) \in D$ et P est vraie		P est fausse		aucune des trois réponses

Q19. Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n;\ \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right);\ \forall n \geq 1$. La suite (v_n) est

	arithmétique		géométrique de raison $\frac{1}{2}$		constante		aucune des trois réponses

Q20. Soit $f(x) = x - ln|2e^x - 1|$. Alors

	f est bornée au voisinage de $-\infty$.		f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$.		f est bornée au voisinage de $+\infty$.		aucune des trois réponses

Q21. Pour quelle valeur de a la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in]0, +\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

	$a = -1$		$a = \ln(2)$		$a = 1$		$a = 0$

Q22. La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0,1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

	un unique point		deux points		aucun point		aucune des trois réponses

Q23. Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative. Alors

	f est dérivable à gauche de 0		f est dérivable à droite de 0		f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le haut		f admet une demi tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le bas

Q24. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f

	admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$		admet une asymptote oblique en $+\infty$		est au-dessus de la droite $y = 0$		aucune des trois réponses

Q25. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^x$. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$

	est convexe		est concave		admet un maximum local en 0		admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$

جامعة مولاي إسماعيل
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAÏL

المدرسة الوطنية العليا للفنون و المهن
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS

ensam CASABLANCA

CONCOURS D'ACCES A L'ENSAM-MEKNES ET A L'ENSAM-CASABLANCA

Epreuve de Mathématiques : Filières Sciences et Techniques
Vendredi 24 Juillet 2015 - Durée : 2h

Partie I : Questions à réponses précises

Chaque réponse est notée sur 2pts

	Questions	Réponses
Q1	Soit la proposition P:" $\forall a \in \mathbb{R}_+^*;\ a+\frac{1}{a} \geq 2$ ". Donner la négation et le tableau de vérité de P.	$\bar{P}$:" $\exists a \in \mathbb{R}_+^*,\ a+1/a < 2$ " P est Vraie
Q2	Soit la proposition A: "Il existe un polynôme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ à coefficients a, b, c et d dans $\mathbb{Z}$ tel que $P(1) = 1$ et $P(2015) = 2$". En factorisant $P(2015) - P(1)$ dire si A est vraie ou A est fausse.	A est fausse
Q3	Le code confidentiel d'une carte bancaire est constitué d'un nombre de 4 chiffres non nuls. Combien y-a-t-il de codes contenant une fois, et une seule, le chiffre 1?	$4 \times 8^3 = 2048$
Q4	Soient les nombres complexes suivants : $z = e^{\frac{2\pi}{7}i}$, $a = z + z^2 + z^4$et $b = z^3 + z^5 + z^6$. Sachant que $a + b = -1$ et $\bar{b} = a$, donner la valeur de la somme $S = cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)$.	$S = -1/2$
Q5	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectivement $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = -1 - i\sqrt{3}$. Donner la forme trigonométrique de $z = \frac{c-a}{b-a}$ et déduire l'angle θ de la rotation qui transforme Ben C.	$z = [1, \pi/3]$ $\theta = \pi/3$
Q6	Calculer la limite de la suite de terme général $u_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{1}{2+n^2} + \cdots + \frac{1}{n+n^2}$.	$\lim\limits_n u_n = 0$
Q7	Calculer $\lim_{x \to 0} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^{x^2} - \cos(x)}{2x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 3/4$
Q8	Soit $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$. Déterminer f^{-1}.	$Df^{-1} =]0, +\infty[$ $f^{-1}(x) = -\ln(e^y - 1)$
Q9	Déterminer la primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x\ln(x)}$ sur $]1, +\infty[$ qui vaut 1 en e.	$F(x) = \ln(\ln(x)) + 1$
Q10	Soient $f(x) = tan(x)$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que : $\\|\vec{\imath}\\| = \\|\vec{\jmath}\\| = 1cm$. Calculer l'aire A de la surface délimitée par $\mathcal{C}_f$ et les droites $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ et $y = 0$.	$A = \frac{\ln(2)}{2}$
Q11	Soit $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1 + x)\, dx$, $\forall n \geq 1$. Calculer $\lim_n I_n$.	$\lim\limits_n I_n = 0$
Q12	Soit S la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Déterminer l'équation (E) du plan tangent $\mathcal{P}$ à S au point $O(0,0,0)$.	(E): $x + y = 0$
Q13	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\left(\sqrt{x}\right)^x = x^{\sqrt{x}}$.	$S = \{1, 4\}$
Q14	Sachant que $x \mapsto sin^2(x)$ est une solution de l'équation différentielle (E): $y'' + 4y - 2 = 0$, déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle que sa courbe représentative passe par le point $A(0, \sqrt{2})$ et ayant une tangente en A de coefficient directeur 1.	$y_0 = \sin^2(x) + \sqrt{2}\cos(2x) + \frac{1}{2}\sin(2x)$
Q15	Une usine produit des pièces dont 2% sont défectueuses. Après contrôle, on s'est aperçu que 97% des pièces bonnes sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont rejetées. Quelle est la probabilité P d'avoir une pièce bonne et rejetée ?	$P = \frac{98}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{294}{10000}$
Q16	On considère un rectangle de longueur x. Déterminer la valeur minimale P_m du périmètre de ce rectangle sachant que sa surface est égale à 100 .	$P_m = 40$
Q17	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos(2x) + \cos(x) - 2 = 0$.	$S = \{2k\pi\ ;\ k \in \mathbb{Z}\}$

Partie II : Questions à choix multiples

*Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse = **0pts**, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **- 1pt***

Q18. On considère le disque unité $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ et la proposition P: "$\exists A, B \subset \mathbb{R};\ D = A \times B$". Alors

	$(1,0) \in D$ et P est vraie		$(0,1) \in D$ et P est vraie	X	P est fausse		aucune des trois réponses

Q19. Soient $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = 4u_n;\ \forall n \geq 1 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{4}\right);\ \forall n \geq 1$. La suite (v_n) est

	arithmétique	X	géométrique de raison $\frac{1}{2}$		constante		aucune des trois réponses

Q20. Soit $f(x) = x - ln|2e^x - 1|$. Alors

	f est bornée au voisinage de $-\infty$.		f n'est pas bornée au voisinage de $+\infty$.	X	f est bornée au voisinage de $+\infty$.		aucune des trois réponses

Q21. Pour quelle valeur de a la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{\ln(x)}{x+1} + 1$ si $x \in]0,+\infty[$ et $f(0) = a$ est continue ?

	$a = -1$		$a = \ln(2)$	X	$a = 1$		$a = 0$

Q22. La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0,1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

X	un unique point		deux points		aucun point		aucune des trois réponses

Q23. Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x - 1}$ et soit C sa courbe représentative. Alors

	f est dérivable à gauche de 0		f est dérivable à droite de 0		f admet une demi-tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le haut	X	f admet une demi tangente verticale au point $A(0,1)$ dirigée vers le bas

Q24. Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} + \ln(x)$. La courbe représentative C_f de f

X	admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique la droite $y = 0$		admet une asymptote oblique en $+\infty$		est au-dessus de la droite $y = 0$		aucune des trois réponses

Q25. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^x$. Sa courbe représentative C_f

	est convexe		est concave		admet un maximum local en 0	X	admet un point d'inflexion en $A\left(-1, -\frac{2}{e}\right)$