Université Hassan II Casablanca	Concours d'entrée en 1ère année des années préparatoires de l'ENSAM Casablanca-Meknès SERIES : SCIENCES MATHEMATIQUE A/B **Epreuve de mathématique / 1 août 2016**			Université Moulay Ismail
ensam	Nom : Prénom : CNE :	Signature du candidat	Compostage Ne rien écrire dans ce cadre	

Note : 50	**Epreuve de mathématique**	**Durée : 2h00**	Compostage Ne rien écrire dans ce cadre
	Important : *La fiche ne doit porter aucun signe indicatif ni signature*		

QUESTIONS REPONSES PRECISES : *(Une réponse juste : 2pts, une réponse fausse ou pas de réponse : 0pts)*

	Question	Réponse	NOTES
Q1	On suppose que $a_n \neq 1$ pour tout n et que $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 1$. L'entier strictement positif k étant donné, calculer $$Q1 = \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n + a_n^2 + a_n^3 + \cdots + a_n^k - k}{a_n - 1}$$	$Q1 =$	
Q2	Soit $(u_n)_n$ une suite convergente telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} < u_n < 1$. On considère la suite $(X_n)_n$ telle que : $$X_0 = u_0 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, \quad X_{n+1} = \frac{X_n + u_{n+1}}{1 + X_n u_{n+1}}$$ Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} X_n$.	$\lim\limits_{n\to+\infty} X_n =$	
Q3	Soit $z \in \mathbb{C} - \{1\}$. On pose $x = \mathbf{Re}(z)$ et $y = \mathbf{Im}(z)$. Déterminer la relation entre x et y telle que : $$z \notin \mathbb{R} \text{ et } \frac{z^2+z+1}{z-1} \in \mathbb{R}$$		
Q4	Soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Déterminer, Γ, l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $$\lvert z - \alpha \rvert = \lvert 2z - \alpha \rvert$$	Γ est	
Q5	Déterminer le domaine de définition, D, de la fonction $f(x) = \tan\left(\pi \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right)\right)$.		
Q6	Soit P un polynôme à coefficients strictement positifs. Calculer : $Q6 = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{E(P(x))}{P(E(x))}$	$Q6 =$	
Q7	Calculer la dérivée d'ordre n de la fonction $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$		
Q8	Trouver l'ensemble, $Q8$, de toutes les fonctions $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable telles que : $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2,\ f(x+y) = f(x)f(y)$		
Q9	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$. Pour $k \in \mathbb{N}^*$, trouver : $$Q9 = \lim_{x\to0} \frac{1}{x}\left(f(x) + f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x}{3}\right) + \cdots + f\left(\frac{x}{k}\right)\right).$$	$Q9 =$	
Q10	Soit $y: x \mapsto y(x)$ la solution de l'équation différentielles : $$y' \tan x = y \ln y, \quad \text{et} \quad y(0) = \pi$$ Calculer $Q10 = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} y(x)$	$Q10 =$	
Q11	Évaluer la limite $Q11 = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\pi}{2} - \left(\tan\frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$	$Q11 =$	
Q12	Soit $a < 1$ et soit h une fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $h(x) = \log_a x - \log_x a$. Calculer $Q12 = (h^{-1})'(0)$.	$Q12 =$	
Q13	Trouver Q_{13} l'ensemble des solutions de l'équation : $\ln\lvert\sin x\rvert + \ln\lvert\tan x\rvert = \ln\lvert\cos x\rvert$	$Q13 = \{$	
Q14	Calculer : $$Q_{14} = \lim_{x\to\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{x} \frac{1}{1 + \sin x - \cos x}dx$$	$Q14 =$	
Q15	Soit $k \in \mathbb{Z} - \{3\}$. On pose $A = \frac{(2k^2+5k-2)(4k^2+11k+4)}{k+3}$. Déterminer S l'ensemble des valeurs de k tel que $A \in \mathbb{Z}$	$S = \{$	
Q16	Calculer: $$Q_{16} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} E\left(\frac{\ln n}{n - \ln n}\right)$$	$Q16 =$	

PARTIE QCM : *Une réponse juste :* **+ 2pts**, *Pas de réponse :* **0pts**, *Une réponse fausse ou plus d'une seule réponse :* **-1pts**

	Question	A	B	C	D
Q17	Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} 1-m & -3 & 4 \\ 4 & -7-m & 8 \\ 6 & -7 & 7-m \end{pmatrix}$ n'est pas inversible	-1 et 2	Uniquement -1	-1 et −3	Aucunes des trois réponses
Q18	Soit f définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = e^{x^2 - x + \ln\lvert x\rvert}$. Alors	C_f admet une tangente en (0,0)	Sur [0,1], C_f est au-dessus de la droite $y = x$	C_f admet au point (1,1) une tangente de pente 3	Aucunes des trois réponses
Q19	Soit $m \in \mathbb{R}^*$. Soit f_m définie par $f(0) = m$ et $f_m(x) = \frac{m}{x^2}e^{\frac{1}{x}} + m$. Soit C_{f_m} sa courbe. Alors :	f_m n'est pas dérivable à gauche en 0	C_{f_m} et $C_{f_{-m}}$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées	Pour $m > 0$, on $\max\limits_{]-\infty,0]} f_m = m\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)$	Aucunes des trois réponses
Q20	Dans une boite se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". Soit l'expérience : « tirer simultanément 5 jetons ». On répète cette expérience 3 fois en remettant à chaque tirage les 5 lettres tirées dans la boîte. On suppose que tous les tirages sont équiprobables. Soit Y le nombre de fois de former le nom « SMARA » avec les 5 lettres tirées. Quelle est la probabilité pour que l'on ait $Y = 3$	$\frac{1000}{(1001)^3}$	$\frac{1001}{(1001)^3}$	$\frac{1002}{(1001)^3}$	$\frac{1003}{(1001)^3}$
Q21	Une boite A contient 3 jetons numérotés : 1, 2, 4. Une boite $\mathbf{B}$ contient 6 jetons numérotés : 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton dans $\mathbf{A}$, on lit le nombre a porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans A. On effectue la même opération pour $\mathbf{B}$, soit b le numéro du jeton tiré de B. A ce couple (a,b) on associe le point $M(a,b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a,b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	Aucunes des trois réponses
Q22	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(1,1,1)$ et $B\left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right)$ et les trois plans ; $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): x - y + z + 2 = 0$ et (H) le plan passant par A et perpendiculaire à (P) et à (Q). Soit S la sphère de centre B et passant par A. Alors l'intersection de S et (H) est :	Le cercle de centre $\left(\frac{-1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$ et de rayon $\sqrt{\frac{55}{8}}$	Le plus grand cercle dans la sphère	L'ensemble vide	Aucunes des trois réponses
Q23	Soit n, un entier naturel non nul et $(I_n)_n$ la suite définie par : $I_n = \int_1^0 x e^{-nx^2}dx$. Choisir la bonne réponse :	$I_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e^n}\right)\left(1 + \frac{1}{e^n}\right)$.	$(I_n)_n$ est minoré par $\frac{-1}{2}$.	$(I_n)_n$ Converge vers 0	Aucunes des trois réponses
Q24	Soit l'équation (E) : $\sin(x) = \cos(2x)$. On cherche le nombre de solutions de (E) appartenant à $[0, 2\pi]$:	Une solution	Deux solutions	trois solutions	Plus que quatre solutions
Q25	Dans $\mathbb{R}^4$ muni de sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{l})$, on considère l'espace vectoriel F défini par : $F = \{\vec{u}(x,y,z,t) / x + y + z + t = 0\}$. La dimension de F, noté $dim(F)$, est :	1	2	3	4