Université Hassan II-Mohammedia-Casablanca / Université Moulay Ismail

Concours d'accès en 1ère année des années préparatoires

ENSAM-Casablanca - ENSAM-Meknès

Séries: sciences mathématiques (A et B)

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

Une réponse correcte = 2pt, pas de réponse ou une réponse fausse = 0pt

	Questions	Réponses	Notes
Q1 / 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^4+2}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{n^4+n}}$	$\lim_{n} u_n =$	
Q2 / 2pt	Déterminer, dans $[0,2\pi]^2$, l'ensemble S des solutions du système: $\begin{cases} \sqrt{2}\cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S =$	
Q3 / 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{42}$	$z =$	
Q4 / 2pt	Déterminer, Γ, l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz+1)(z+i-1) \in i\mathbb{R}$	Γ est	
Q5 / 2pt	Soit $a \in]0,\pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D =$	
Q6 / 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n =$	
Q7 / 2pt	Calculer $\ell = \lim_{x\to 0} x^2 \left(1+2+3+\cdots+E\left(\frac{1}{\lvert x\rvert}\right)\right)$	$\ell =$	
Q8 / 2pt	Évaluer la limite $j = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[4]{x+1}}{x}$	$j =$	
Q9 / 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable telles que: $\forall (x,y) \in \mathbb{R},\ f(x^4+y) = x^3 f(x) + f(y)$	$f(x) =$	
Q10 / 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0,\pi[\quad g(x) = \lvert\cos x\rvert \sqrt{1-\cos x}$. Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0,\pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	$g'(x) =$....	
Q11 / 2pt	Soit h définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = \ln\lvert e^x - e^{2x}\rvert$. Déterminer h^{-1}.	$\forall x \in D_{h^{-1}} =$................, $h^{-1}(x) =$....	
Q12 / 2pt	Calculer $K = \lim_{a\to 0} \int_a^1 \frac{\mathrm{Arctan}(x)}{x^2} dx$	$K =$	
Q13 / 2pt	calculer l'intégrale $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$L =$	
Q14 / 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x,\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t)dt = 0,\ y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) =$	
Q15 / 2pt	Résoudre, dans $\mathbb{N}^2$, l'équation $x^2 - y^2 = 404$	$S=$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

*Une réponse correcte = **2pt**, pas de réponse = **0pt**, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **-1pt**.*

Notes

Q16: Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2m \\ 1 & -m+1 & 1 \\ 2 & 3 & m \end{pmatrix}$ est inversible:

A	B	C	D
-1 et un nombre négatif	uniquement -1	-1 et un nombre positif	-1 et $1/_2$

Q17: Sur $[0,+\infty[$, la fonction f définie par $f(x)=|x|+\ln(x+1)$ est:

A	B	C	D
toujours positive	positive puis négative puis positive	négative puis positive	aucunes des trois réponses

Q18: Soit f définie par $f(0)=\frac{1}{e}$, $f(e)=0$ et $f(x)=e^{\left(\frac{1+\ln x}{1-\ln x}\right)}$. Alors sa courbe C_f admet:

A	B	C	D
une asymptote oblique en $+\infty$	en $x=e$ une demi tangente à gauche	en $x=e$ une demi tangente à droite verticale	aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boite se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom " SMARA" dans un ordre quelconque?

A	B	C	D
$\frac{1}{6006}$	$\frac{10}{1001}$	$\frac{50}{14^5}$	aucunes des trois réponses

Q20: Une boite B_1 contient 2 jetons numérotés: 1 , 3. Une boite B_2 contient 2 jetons numérotés: 2 , 2. Une boite B_3 contient 2 jetons numérotés : 1 , 0. On tire au hasard un jeton a de B_1, un jeton b de B_2, un jeton c de B_3. Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2+bx+c=0$ admet des racines réelles?

A	B	C	D
0,5	0,25	0,75	1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètre est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1,1-1)$ est:

A	B	C	D
$2x-3y+4z+5=0$	$4x+3y+2z-5=0$	$2x+2y-z-5=0$	$4x+2y+2z-5=0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n=\int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$. Alors

A	B	C	D
$\lim_{n\to+\infty}\frac{u_n}{e^n}=+\infty$	$\lim_{n\to+\infty}\frac{u_n}{e^n}=0$	$\lim_{n\to+\infty}\frac{u_n}{e^n}=1$	aucunes des trois réponses

Q23: Soit E l'espace vectoriel défini par: $E=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4, x+y+z+t=0 \ \ et \ \ 2x+y=0\}$. Quelle est la dimension de E ?

A	B	C	D
1	2	3	aucunes des trois réponses

Q24: Combien l'équation $\tan x+\tan 2x+\tan 3x+\tan 4x=0$ possède-t-elle de solutions dans $\left[0,\frac{2\pi}{3}\right]$?

A	B	C	D
Cinq solutions	Six solutions	Sept solutions	Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n\to+\infty}\prod_{k=0}^{n-1}\cos\left(\frac{2^k\pi}{2^n-1}\right)$$

A	B	C	D
0	1	$+\infty$	cette limite n'existe pas

Université Hassan II-Mohammedia-Casablanca / Université Moulay Ismail

Concours d'accès en 1ère année des années préparatoires

ENSAM-Casablanca - ENSAM-Meknès

Séries: sciences mathématiques (A et B)

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

*Une réponse correcte = **2pt**, pas de réponse **ou** une réponse fausse = **0pt***

	Questions	Réponses	Notes
Q1 / 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^4+2}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{n^4+n}}$	$\lim_n u_n = 1$	
Q2 / 2pt	Déterminer, dans $[0,2\pi]^2$, l'ensemble S des solutions du système: $\begin{cases} \sqrt{2}\cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$	$S = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}\right)$ et $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$	
Q3 / 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{42}$	$z = 1$	
Q4 / 2pt	Déterminer, Γ, l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $(iz+1)(z+i-1) \in i\mathbb{R}$	Γ est ....y....= $\frac{1}{1-2x}$	
Q5 / 2pt	Soit $a \in]0,\pi[$. Calculer $D = \prod_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$	$D = \frac{\sin a}{2^n \sin\left(\frac{a}{2n}\right)}$	
Q6 / 2pt	Calculer: $A_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$	$A_n = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$	
Q7 / 2pt	Calculer $\ell = \lim_{x\to 0} x^2 \left(1+2+3+\cdots+E\left(\frac{1}{\|x\|}\right)\right)$	$\ell = \frac{1}{2}$	
Q8 / 2pt	Évaluer la limite $j = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[4]{x+1}}{x}$	$j = \frac{1}{12}$	
Q9 / 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable telles que: $\forall (x,y) \in \mathbb{R},\ f(x^4+y) = x^3 f(x) + f(y)$	$f(x) =$	
Q10 / 2pt	Soit g la fonction définie par $\forall x \in]0,\pi[\quad g(x) = \|\cos x\|\sqrt{1-\cos x}$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0,\pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	$g'(x) =$....	
Q11 / 2pt	Soit h définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = \ln\|e^x - e^{2x}\|$ Déterminer h^{-1}.	$\forall x \in D_{h^{-1}} =$................, $h^{-1}(x) =$....	
Q12 / 2pt	Calculer $K = \lim_{a\to 0} \int_a^1 \frac{\mathrm{Arctan}(x)}{x^2} dx$	$K =$	
Q13 / 2pt	calculer l'intégrale $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$	$L = \frac{\pi}{4}$	
Q14 / 2pt	Résoudre l'équation différentielle $y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t)dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$	$y(x) = (K_1 \cos 3x + K_2 \sin 3x) e^{-x} + \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{36} \cos 3x$	
Q15 / 2pt	Résoudre, dans $\mathbb{N}^2$, l'équation $x^2 - y^2 = 404$	$S = (54, 50)$; $(102, 100)$; $(203, 201)$	

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

*Une réponse correcte = **2pt**, pas de réponse = **0pt**, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **-1pt**.*

Notes

Q16: Pour quelles valeurs de m la matrice $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2m \\ 1 & -m+1 & 1 \\ 2 & 3 & m \end{pmatrix}$ est inversible:

A	B	C	D
-1 et un nombre négatif	uniquement -1	-1 et un nombre positif	-1 et $^1/_2$

Q17: Sur $[0,+\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

A	B	C	D
toujours positive	positive puis négative puis positive	négative puis positive	aucunes des trois réponses

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f(x) = e^{\left(\frac{1+\ln x}{1-\ln x}\right)}$. Alors sa courbe C_f admet:

A	B	C	D
une asymptote oblique en $+\infty$	en $x = e$ une demi tangente à gauche	en $x = e$ une demi tangente à droite verticale	aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boite se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom " SMARA" dans un ordre quelconque?

A	B	C	D
$\frac{1}{6006}$	$\frac{10}{1001}$	$\frac{50}{14^5}$	aucunes des trois réponses

Q20: Une boite B_1 contient 2 jetons numérotés: 1 , 3. Une boite B_2 contient 2 jetons numérotés: 2 , 2. Une boite B_3 contient 2 jetons numérotés : 1 , 0. On tire au hasard un jeton a de B_1, un jeton b de B_2, un jeton c de B_3. Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

A	B	C	D
0,5	0,25	0,75	1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit S la sphère dont l'un des diamètre est le segment $[AB]$. Le plan tangent à S au point $C(1,1-1)$ est:

A	B	C	D
$2x - 3y + 4z + 5 = 0$	$4x + 3y + 2z - 5 = 0$	$2x + 2y - z - 5 = 0$	$4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$. Alors

A	B	C	D
$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{e^n} = +\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{e^n} = 0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{e^n} = 1$	aucunes des trois réponses

Q23: Soit E l'espace vectoriel défini par: $E = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4, x + y + z + t = 0 \;\; et \;\; 2x + y = 0\}$. Quelle est la dimension de E ?

A	B	C	D
1	2	3	aucunes des trois réponses

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$?

A	B	C	D
Cinq solutions	Six solutions	Sept solutions	Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n\to+\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right)$$

A	B	C	D
0	1	$+\infty$	cette limite n'existe pas