

**Concours d'accès en 1<sup>o</sup> Année des Classes Préparatoires de l'ENSA Tanger (Edition 2012)**  
**Epreuve de Mathématiques**

Durée de l'épreuve : 1h 15mn

(Trois pages et une fiche réponse à remettre au surveillant, dûment remplie à la fin de l'épreuve)

**CALCULATRICE NON AUTORISÉE**

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question, répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.  
(Barème : une réponse juste : +1 ; une réponse fautive : -1 ; pas de réponse : 0)

<p>1) Soit <math>L</math> une liste finie d'entiers relatifs consécutifs dont le premier terme est -15. <math>L = \{-15, -14, \dots\}</math>. Si la somme de tous les éléments de <math>L</math> est égale à 51 alors le nombre total des termes de la liste <math>L</math> est égale</p>	<p>a) 34    b) 50    c) 18</p>	<p>5) suite de la question 4). A Long terme la production mensuelle des mixeurs est estimée à <math>P =</math></p>	<p>a) <math>P = 10</math> mixeurs b) <math>P = 90</math> mixeurs c) <math>P = 1500</math> mixeurs</p>
<p>2) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n 3^{n+1}}{\pi^n} =</math></p>	<p>a) 3    b) 0    c) <math>\frac{3}{\pi}</math></p>	<p>6) Soit <math>(u_n)_{n \geq 0}</math> une suite numérique à termes strictement positifs (<math>u_n &gt; 0</math>) vérifiant <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2}</math>. Alors <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L</math> avec</p>	<p>a) <math>L = \frac{1}{2}</math> b) <math>L = 0</math> c) <math>0 &lt; L &lt; \frac{1}{2}</math></p>
<p>3) Soit <math>Z_n = \sum_{k=1}^n \frac{e^{k-1}}{\pi^{k+1}}</math>; alors <math>\lim_{n \rightarrow \infty} Z_n =</math></p>	<p>a) <math>+\infty</math>    b) <math>\frac{1}{\pi(\pi-e)}</math>    c) <math>\frac{1}{\pi-e}</math></p>	<p>7) Soit <math>T_n = \sum_{p=1}^n 2^{\frac{1}{2^p-1}} - 2^{\frac{1}{2^p+1}}</math> ; alors <math>\lim_{n \rightarrow \infty} T_n =</math></p>	<p>a) 1 b) 0 c) <math>+\infty</math></p>
<p>4) Une entreprise de fabrication de mixeurs a adopté pour l'année 2012 la stratégie de production suivante : la production connaîtra une diminution mensuelle de 10%; mais grâce à une commande destinée à l'export, l'entreprise produira chaque mois 150 mixeurs de plus. On note à présent par <math>t_n</math> la production de l'usine relative au mois <math>N^o n</math>. L'expression reliant <math>t_{n+1}</math> et <math>t_n</math> est donnée par</p>	<p>a) <math>t_{n+1} = 0,1t_n - 150</math> b) <math>t_{n+1} = 0,9t_n + 150</math> c) <math>t_{n+1} = 0,1t_n</math></p>		

8) On considère la courbe représentative de la fonction $f(x) = e^{-x^2}$ . On désigne par $R(x)$ , $x > 0$ le rectangle symétrique inscrit à l'intérieur de la courbe et dont l'un des côtés est le segment d'extrémités $(-x, 0)$ et $(x, 0)$ . La surface maximale de ce rectangle est égale à	a) $\sqrt{2}e$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{\frac{2}{e}}$
9) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \pi x}{1 - \cos \sqrt{\pi} x} =$	a) 0    b) 2    c) $\sqrt{\pi}$
10) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_x^{x+h} \frac{1}{(\ln x)^2} dx =$	a) 1    b) e    c) 0
11) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx =$	a) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ b) 0    c) $\ln \pi$
12) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$	a) $\frac{\pi}{16}$ b) $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{\sqrt{\pi}}{6}$
13) La surface formée par la courbe de $f(x) = (\ln x)^2$ et par les droites $x = 1$ et $x = e$ est égale	a) e b) $3e - 2$ c) $e - 2$

Soit $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par 14) $V_n = \int_x^e \frac{1}{x\sqrt{(\ln x)^3}} dx$ Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n =$	a) $\frac{1}{2}$ b) $+\infty$ c) $\frac{2}{\sqrt{e}}$
15) Soit $g(x) = \int_x^{e^x} \frac{1}{\arctan u} du$ , alors la tangente à la courbe de $g$ en $x = \frac{\pi}{4}$ admet pour équation	a) $y = \frac{8}{\pi}x - 2$ b) $y = \frac{\pi}{4}(x - 1)$ c) $y = \frac{\pi}{2}x - 1$
16) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x} =$	a) $\frac{\ln 2}{2}$ b) $\frac{1}{2} \arctan 2$ c) $\frac{1}{2}$
17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} =$	a) 0    b) $\frac{1}{2}$ c) $+\infty$
Soit $B = \{u, v, w\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$ . On considère les familles suivantes $E = \{u+v, v+w, u+w\}$ $N = \{u, v, u+w\}$ $S = \{-u, v+w, v-u+w\}$ $A = \{u-v-w, u+v+w, u\}$ Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?	a) Toutes les 4 b) Seulement E c) Seulement E et N

19) Soit $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y = 0\}$ . Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?	a) $\{(-2, 1, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ b) $\{(-2, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ c) $\{(-2, 1, 0)\}$
On considère les ensembles suivants $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + yz = 0\}$ $N = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / xyz = 0\}$ 20) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 2\}$ $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = z\}$ Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$ ?	a) Seulement A b) Seulement A et N c) Tous E, N, S et A
21) Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 = 2I_n - A$ ( $I_n$ est la matrice identité) On considère les égalités suivantes (I) $\det A = 0$ (II) $A^{-1} = \frac{1}{2}(A + I_n)$ (III) $\det A \neq 0$ (IV) $A^{-1} = 2I_n + A$ (V) $\det(A + I_n) = \frac{2}{\det A}$ Alors	a) Seulement (I) et (IV) sont vraies b) Seulement (II), (III) et (V) sont vraies c) Seulement (III), (IV) et (V) sont vraies

22) $\sqrt{12345^2 - 12343 \times 12347} =$	a) 4    b) 2    c) 42
23) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2})(\sqrt[4]{2})(\sqrt[8]{2}) \dots (\sqrt[2^n]{2}) =$	a) 1    b) 2    c) $\sqrt{2}$
24) Si $\int_0^x h(t) dt = x \arctg x$ alors $h(1) =$	a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi+2}{4}$
25) $\int \frac{dx}{tg^3 x}$	a) $-\left[\frac{1}{2\sin^2 x} + \ln \sin x \right] + K$ b) $-\frac{1}{2g^2 x} + K$ c) $\frac{1}{2x \arctg^2 x} + K$ K une constante

