UNIVERSITÉ CADI AYYAD
Ecole Nationale Des Sciences Appliquées
Marrakech

Année 2003/2004
27 Juillet 2004
I. OUASSOU

Concours d'entrée en $1^{ére}$ année de l'ENSA de Marrakech

Epreuve de mathématiques (durée 1h)

Remarques importantes

1) La documentations et les calculatrices sont interdites.

2) Parmis les réponses proposées elle n'y a qu'une qui est juste.

3) Cochez la case qui correspond à la réponse correcte sur la fiche de réponses.

4) Réponse juste = **1 point** ; Réponse fausse = **-1 point** ; pas de réponse = **0 point**.

Noter Bien Plus qu'une case chochée = **-1 point**.

Exercice 1 *Dans un examen fait par Q.C.M (Questions à choix multiples) on peut répondre par <<vrai>> ou <<faux>>. Cet examen comporte 15 questions. Combien y-at-il de copies différentes possibles ?*

(Une copie est une liste de 15 réponses ; pour que deux copies soient différentes, il suffit qu'à l'une des questions la réponse soit <<vrai>> dans une copie et <<faux>> dans l'autre.)

a) 15! *(factorielle 15)*

b) C_{15}^{15} *(les combinaisons)*

c) A_{15}^{15} *(les arrangements)*

d) 2^{15}

Exercice 2 *Indiquer la phrase qui vous semblent correcte parmi les phrases suivantes :*

a) *Le produit d'un rationnel et d'un irrationnel est un irrationnel.*

b) *La somme de deux nombres irrationnels est irrationnelle.*

c) *Le produit de deux nombres irrationnels est irrationnel*

d) *La somme d'un nombre rationnel et d'un irrationnel est irrationnelle.*

Exercice 3 *L'inéquation* $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{x^3}$ *a pour solution*

a) $]-\infty, 1]$

b) $[1, +\infty[$

c) $[-1, 0[$

d) $[-1, 0[\bigcup[1, +\infty[$

Exercice 4 *Soit* m *une constante de* $\mathbb{R}$ *et la fonction* h *définie par*

$$h(x) = x^m - (\ln x)^2.$$

Parmi les les limites suivantes la quelle qui est vraie :

a) *Si* $m > 0$ $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 0$

b) *Si* $m < 0$ $\lim_{x\to 0} h(x) = 0$

c) *Si* $m \leq 0$ $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 0$

d) *Si* $m > 0$ $\lim_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

Exercice 5 *La limite de la fonction*

$$f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{1 - x}$$

quand x *tend vers* 1^- *vaut*

a) *-2*

b) *1*

c) *2*

d) *n'existe pas*

Exercice 6 *La dérivée de la fonction*

$$f(x) = x + \cos^2(x)$$

ou $x \in \mathbb{R}$, est une fonction

a) *paire*

b) *ne s'annule pas*

c) *à valeurs toujours positives*

d) *aucune réponse correcte*

Exercice 7 *La limite de la fonction*

$$g(x) = \frac{\sin^9 x + \cos^6 x + 1}{e^{-x} + 1}$$

quand x tend vers $+\infty$ vaut :

a) *0*

b) $+\infty$

c) *n'existe pas*

d) *1*

Exercice 8 *Soit U_n la suite de terme gńéral*

$$U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n \qquad n \in \mathbb{N} \quad et \quad n \neq 0$$

a) *Positive*

b) *Croissante*

c) *Majorée*

d) *Décroissante et minorée.*

Exercice 9 *Soit la fonction f définie par :*

$$f(x) = 2x + 1 + \sqrt{4x^2 + 4x}$$

et on note par Df le domaine de definition de f.

a) $Df = [0, \infty[$

b) *la fonction f est dérivable sur Df*

c) $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{f(x)-1}{x}\right) = 0$

d) *la courbe de la fonction f présente en (0,1) un demi-tangente vertivale.*

Exercice 10 *On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$;*

$$u_n = u_{n-1} + \frac{1 + u_{n-1}}{1 + 2u_{n-1}}.$$

a) *la suite u_n est croissante*

b) *la suite u_n est strictement croissante*

c) *la suite u_n est majorée*

d) *la suite u_n est convergente*

Exercice 11 **a)** $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \cos(a-b)]$

b) $\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + sin(a-b)]$

c) $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

d) $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$

Exercice 12 *Parmis les relations suivantes, quelle est celle qu'est vérifiée quels que soient les quatres réels x_1, x_2, y_1 et y_2, vérifiant $x_1 \leq y_1$ et $x_2 \leq y_2$?*

a) $x_1^2 \leq y_1^2$

b) $x_1 - x_2 \leq y_1 - y_2$

c) $\frac{1}{4}e^{y_1+y_2} - \frac{1}{5}e^{x_1+x_2} + 0,05 \geq 0$

d) $x_1x_2 \leq y_1y_2$

Exercice 13 *Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que la dérivée d'ordre $n+1$ de la fonction $x^n e^{\frac{1}{x}}$ est :*

a) $\frac{(-1)^n}{x^{n+2}}e^{\frac{1}{x}}$

b) $\frac{(-1)^{n+2}}{x^{n+2}}e^{\frac{1}{x}}$

c) $\frac{(-1)^{n+3}}{x^{n+2}}e^{\frac{1}{x}}$

d) $\frac{(-1)^{n+1}}{x^{n+1}}e^{\frac{1}{x}}$

Exercice 14 *L'intégrale suivante*

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 s dx$$

égale à :

a) $\frac{2\pi}{15}$

b) $\frac{4\pi}{15}$

c) $\frac{4}{15}$

d) $\frac{2}{15}$

Exercice 15 *Dans le repère $(o, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ on considère la sphère (S) d'équation :*
$x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z + \frac{3}{4} = 0$
et le plan (P) d'équation $y + z = 0$.

a) *Le centre de la sphère est $(\frac{1}{2}, 0, 0)$*

b) *Le plan (P) est tangente à la sphère (S)*

c) *L'intersection de (P) et (S) est un cercle.*

d) *Aucune réponse correcte*