

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| **Questions à réponse précise, Partie A** ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a + ib$	
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \frac{1+ai}{2a+(a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$	
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left(\left(f(x^2)\right)^2\right)$	
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels pairs entre 0 et x ?	



|| Questions à réponse précise, Partie B ||

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de E : $A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_E^A$	
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1 . Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	
Calculer $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	
Calculer $J = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x dx$	
Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^4 + 1} - (ax^2 + b) + \frac{1 - \cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$	
Calculer $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de \mathcal{C} définie par $ \pi - \arg(z) < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x+3y-5=0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filière : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| **Questions à réponse précise, Partie A** ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(4x) - \sin^4(4x) = 1$	
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	
Calculer $C = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ avec $x \in E$, trouver $f(E)$	
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels multiples de 3 entre 0 et x ?	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	



|| Questions à réponse précise, Partie B ||

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
<p>Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $\forall x \in [a, b], f(a+b-x) = f(x)$. on pose $I = \int_a^b f(x)dx$ et $J = \int_a^b xf(x)dx$. Calculer J en fonction I.</p>	
<p>Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E. On appelle différence symétrique de A et B, notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de $E : A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_E^A$</p>	
<p>Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.</p>	
<p>On note $u_n = 25^n + 2^{3n+4}$. Trouver $a, b \in \mathbb{Z}$ tels que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$</p>	
<p>Calculer $D = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$</p>	
<p>Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. Soit k un entier compris entre 1 et n. Utiliser l'égalité $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$ pour calculer S_n.</p>	
<p>Soit x un réel et $E(x)$ la partie entière de x. Déterminer</p> $F = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{E(x) + E(2x) + E(3x) + \dots + E(nx)}{n^2}$	
<p>De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)</p>	
<p>Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$</p>	
<p>Le 1^{er} juin 2012, les participants d'un club d'astronomie ont observé le corps céleste \mathcal{A} qui apparaît tout les 51 jours. Le 28 juin 2012, ils ont observé le corps céleste \mathcal{B}, qui apparaît tout les 72 jours. A quelle date devront-ils fixer une nouvelle réunion pour observer simultanément les deux corps?</p>	
<p>Déterminer un cercle de centre Ω et de rayon R tangent aux trois droites d'équations respectives :</p> $y = 2x + 1, y = 2x + 7 \text{ et } y = -\frac{1}{2}x$	