Examen national SM-2008

vendredi 20 janvier 2023 20:53

الصفحة 6/8	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا (الدورة العادية 2008) الموضوع (الترجمة الفرنسية)	المـــادة : الفيزياء والكيمياء
C: NS30		الشعب(ة): شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

Physique 3 (2,25 points) : Modélisation de la force de frottements visqueux

Le but de cet exercice est de modéliser la force de frottements visqueux exercée par le glycérol sur un solide, à partir de l'étude de chute verticale d'une bille métallique de masse m et de rayon r dans le glycérol.

On donne :

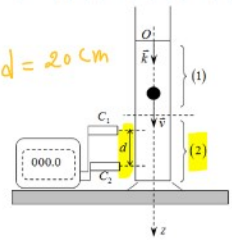
- Rayon de la bille : $r = 1$ cm ; Volume de la bille : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Masses volumiques :
  - Métal constituant la bille : $\rho_1 = 2{,}7.10^3$ kg.m^{-3} ;
  - Glycérol : $\rho_2 = 1{,}26.10^3$ kg.m^{-3} ;
- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.
- On rappelle que l'expression de la poussée d'Archimède exercée par le glycérol sur la bille est : $F = \rho_2.V.g$.
- On modélise la force de frottements visqueux exercée sur la bille au cour de sa chute dans le glycérol par : $\vec{f} = -9\pi r v^n \vec{k}$ où n est un entier naturel et v la vitesse du centre d'inertie de la bille.

On lâche la bille sans vitesse initiale, à partir du point O, origine d'un axe vertical descendant $(O,\vec{k})$, à l'instant t = 0. Son mouvement dans le glycérol se fait suivant deux phases :

- Phase 1 : Phase du régime initial entre deux instant t_0 et t_1 où la valeur de la vitesse croit.
- Phase 2 : Phase du régime permanent à partir de l'instant t_1 auquel la vitesse atteint une valeur limite v_L.

Le dispositif constitué d'un chronomètre et deux cellules C_1 et C_2 permet de mesurer la durée Δt nécessaire à la bille pour parcourir la distance d au cour de la 2ème phase. (figure ci-contre)

d = 20 cm



0,5 **1-** Déterminer la valeur de la vitesse limite v_L sachant que $\Delta t = 956$ ms.

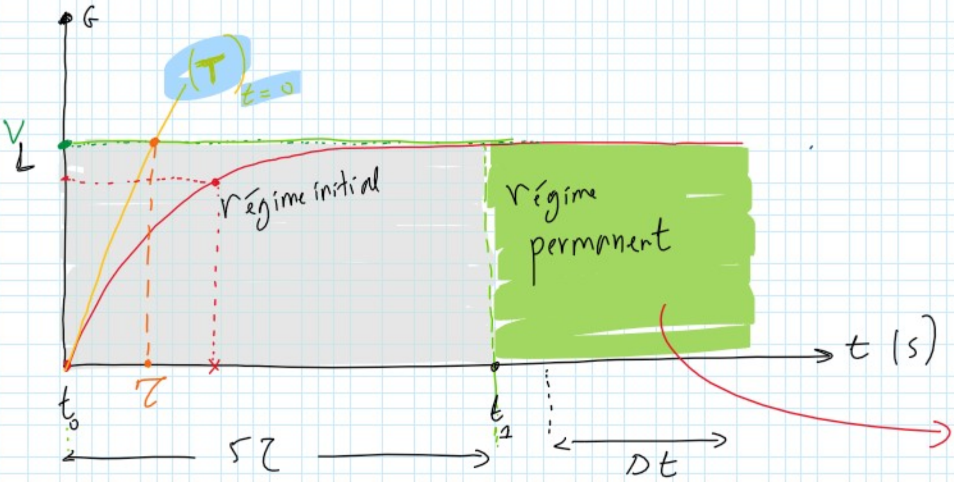
1 **2-** Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle réalisée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille au cour du mouvement dans le liquide s'écrit sous la forme : $\frac{dv}{dt} + A v^n = B$

Avec : $A = \frac{27}{4\rho_1 . r^2}$ et $B = g(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1})$.

0,5 **3-** Trouver à partir de l'équation différentielle v_L^n en fonction de ρ_1, ρ_2, r et g.

0,25 **4-** En déduire la valeur de n.

1°//



$V_L = \frac{d}{\Delta t}$

$$V_L = \frac{d}{\Delta t} = \frac{20.10^{-2}}{956.10^{-3}} \simeq 0{,}20 \text{ m/s}$$

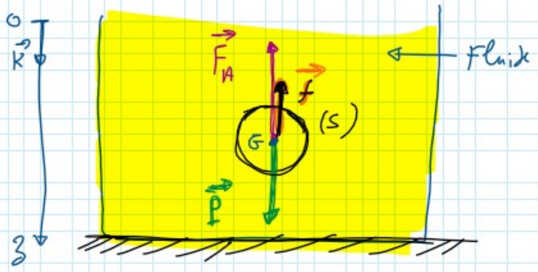
2°//

2°//

Eq diff : v

$(S) \equiv \{$la bille$\}$

- Système étudié : $\{S\}$
- Bilan des forces :



$\forall t : x_G = cte$ et $y_G = cte$; $z_G = f(t)$

$a = \frac{dv}{dt} = \ddot{z}$ et $v = \dot{z}$

- $\vec{P}$: son poids : $\vec{P} = mg\vec{k}$
- $\vec{F_A}$: la poussée d'Archimède $\vec{F_A} = -\rho_2 V g \vec{k}$; $\|\vec{F_A}\| = \rho_f V g$
- $\vec{f}$: la force de frottement fluide $\vec{f} = -9\pi r v^n \vec{k}$

- Application de la 2ème loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F_A} + \vec{f} = m\vec{a_G}$

proj$/_{Oz}$: $mg - \rho_2 V g - 9\pi r v^n = ma = m\frac{dv}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{9\pi r}{m} v^n = g\left(1 - \frac{\rho_2 V}{m}\right) \quad \text{avec } m = \rho_1 V = \rho_1 \frac{4\pi}{3} r^3$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{9\pi r}{\rho_1 \frac{4\pi}{3} r^3} v^n = g\left(1 - \frac{\rho_2 V}{\rho_1 V}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{27}{4\rho_1 r^2} v^n = g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = g\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1}\right)$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + A v^n = B} \quad \text{avec } A = \frac{27}{4\rho_1 r^2} \text{ et } B = g\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1}\right)$$

3°//

Lorsque le régime permanent est établit, la vitesse de (S) devient constante :

$$v = cte = V_e \implies \frac{dv}{dt} = 0 = a \qquad \left[\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t > 5\tau} = 0 \text{ et } v(t > 5\tau) = V_e \right]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t} \quad \Big|_{t>5\tau}$$

$$A V_l^n = B \Rightarrow \boxed{V_l^n = \frac{B}{A}} = g\left(\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1}\right)\cdot\frac{4\rho_1 r^2}{27}$$

$$V_l^n = g\left(\rho_1-\rho_2\right)\frac{4r^2}{27}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x^n &= b \\ \ln x^n &= \ln b \\ n\ln x &= \ln b \\ n &= \frac{\ln b}{\ln x}\end{aligned}}$$

4°/

$$\ln V_l^n = \ln\left(g\left(\rho_1-\rho_2\right)\frac{4r^2}{27}\right) = n\ln V_l$$

$$n = \frac{\ln\left(g\left(\rho_1-\rho_2\right)\frac{4r^2}{27}\right)}{\ln\left(V_l\right)}$$

A.N

$$n = \frac{\ln\left(9{,}81\left(2{,}7-1{,}26\right)10^3\cdot\frac{4\left(10^{-2}\right)^2}{27}\right)}{\ln\left(0{,}20\right)}$$

$$\boxed{n \simeq 1}$$