Examen national SM-2011

vendredi 20 janvier 2023 21:00

BeInBac.com

Deuxième partie (3,5 points) :La chute verticale d'une bille métallique .

L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de chute verticale d'une bille métallique dans l'air et dans un liquide visqueux.

Donnée :

- La masse volumique de la bille : $\rho_1 = 2{,}70.10^3\ kg.m^{-3}$;
- La masse volumique du liquide visqueux : $\rho_2 = 1{,}26.10^3\ kg.m^{-3}$;
- Le volume de la bille : $V = 4{,}20.10^{-6}\ m^3$
- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}80 m.s^{-2}$

A l'instant t=0 on libère la bille d'un point O confondu avec son centre d'inertieG .
Le point O se trouve à une hauteur H de la surface libre du liquide visqueux qui se trouve dans un tube transparent vertical (figure 1).
La courbe de la figure (2) représente l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie G de la bille au cours de sa chute dans l'air et dans le liquide visqueux.

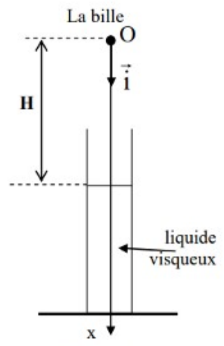


Figure 1

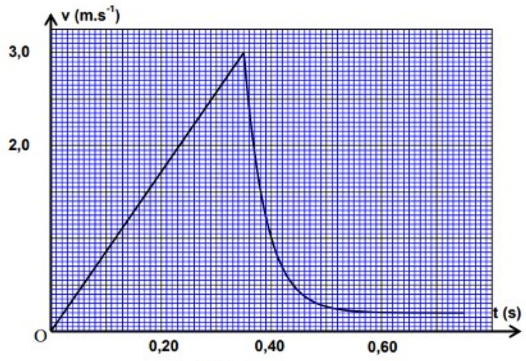


Figure2

الصفحة 8/8	NS31	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا -الدورة العادية 2011 – الموضوع – مادة: الفيزياء والكيمياء - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)

1- Etude du mouvement de la bille dans l'air.

On modélise l'action de l'air sur la bille au cours de sa chute par une force verticale $\vec{R}$ d'intensité R constante .
On néglige le rayon de la bille devant la hauteur H .
Le centre d'inertie de la bille atteint la surface libre du liquide visqueux à un instant t_1 avec une vitesse v_1 .

0,5 **1.1-** En appliquant la deuxième loi de Newton , exprimer R en fonction de V ,ρ_1 , g , v_1 et t_1 .

0,5 **1.2-** En exploitant la courbe v=f(t) , calculer la valeur de R .

2- Etude du mouvement de la bille dans le liquide visqueux .

La bille est soumise pendant sa chute dans le liquide visqueux , en plus de son poids aux forces :

- Poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_2.V.g.\vec{i}$
- Force de frottement visqueux : $\vec{f} = -k.v.\vec{i}$ avec k constante positive .

On modélise l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie de la bille, dans le système international des unités, par l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} = 5{,}2 - 26.v$ (1)

0,5 **2.1-** Trouver l'équation différentielle littérale vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille en fonction des données du texte.

0,75 **2.2-** En utilisant cette équation différentielle littérale et le graphe de la figure 2 ,vérifier que l'équation différentielle (1) est correcte.

0,5 **2.3-** En utilisant l'équation aux dimensions, déterminer la dimension de la constante k.
Calculer la valeur de k

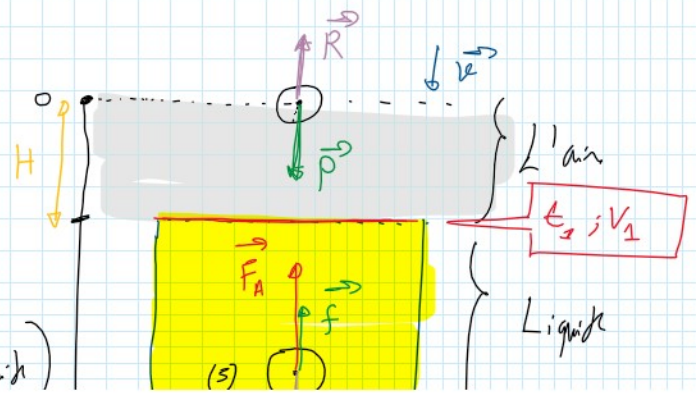
0,75 **2.4-** sachant que la vitesse du centre d'inertie de la bille dans le liquide visqueux à un instant t_i est $v_i = 2{,}38\ m.s^{-1}$; établir à l'aide de la méthode d'Euler que l'expression de la vitesse de G à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ est : $v_{i+1} = (1 - 26\Delta t).v_i + 5{,}20\Delta t$ avec Δt le pas du calcul .
Calculer v_{i+1} dans le cas où $\Delta t = 5{,}00$ ms.

I°/ L'air

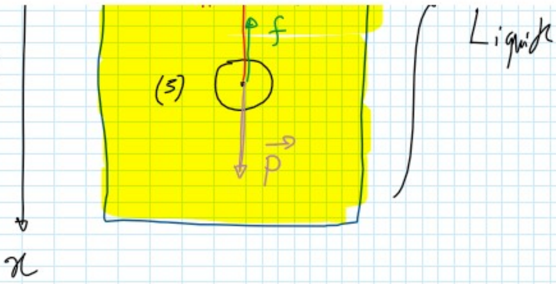
- système étudier : { La bille (s) }
- Bilan des forces :

$\vec{P}$: le poids

$\vec{R}$: l'action de l'air (Force de frottement fluide)



$\vec{R}$: L'action de l'air (Force de frottement fluide)



- D'après la 2ème loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$$

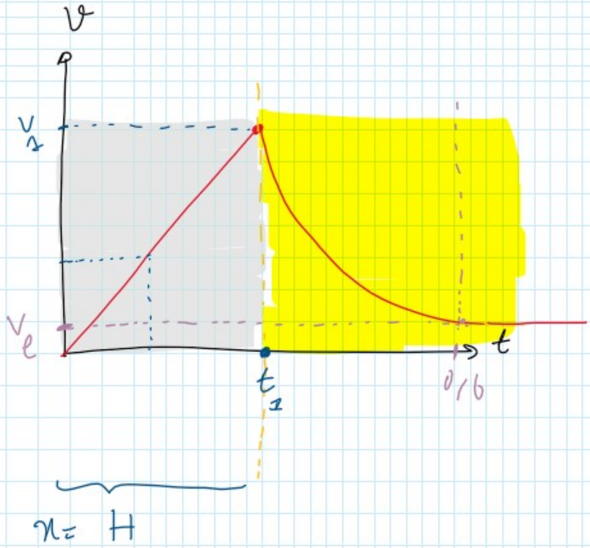
proj/(Ox) : $mg - R = m a_x = m\frac{dv}{dt}$; $\begin{cases} a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_1 - 0}{t_1 - 0} = \frac{V_1}{t_1} \\ m = \rho_1 V \end{cases}$

$$\Rightarrow \boxed{R = m(g - a)}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \rho_1 V\left(g - \frac{V_1}{t_1}\right)}$$

1-2

D'après la courbe : on a $t_1 = 0{,}35\,s$; $V_1 = 3\,m/s$



A.N $R = 2{,}7.10^3 . 4{,}2.10^{-6}\left(9{,}8 - \frac{3}{0{,}35}\right)$

$R \simeq 1{,}4.10^{-2}\,N$

II/

- système étudier : { la bille (s) }
- Bilan des forces : $\begin{cases} \vec{P} : \text{le poids de (s)} \\ \vec{F_A} : \text{poussée d'Archimède} \\ \vec{f} : \text{Force de frottement fluide} \end{cases}$

- D'après la 2ème loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{F_A} + \vec{f} = m\vec{a}_G$$

proj/Ox : $P - F_A - f = ma \Rightarrow mg - \rho_2 V g - Kv = m\frac{dv}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g\left(1 - \frac{e_2 V}{m}\right) \qquad \text{avec} \quad m = e_1 V$$

$$\frac{dv}{dt} + \underbrace{\frac{k}{e_1 V}}_{A} v = \underbrace{g\left(1 - \frac{e_2}{e_1}\right)}_{C} \Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + Av = C} \quad (2)$$

2-2

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v \quad (1)$$

- $\frac{dv}{dt} = C - Av \quad (2)$

$$C = g\left(1 - \frac{e_2}{e_1}\right) = 9,81\left(1 - \frac{1,26 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^3}\right) = 5,2 \ m/s^2$$

D'après la courbe de la fig (2) : $\forall t > 0,6$ s on $v(t) = v_\ell = 0,2$ m/s

c-à-d $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow C - Av_\ell = 0 \Rightarrow A = \frac{C}{v_\ell} = \frac{5,2}{0,2} = 26 \ s^{-1}$

2-3

on a $f = kv \Rightarrow [k] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{N}{m.s^{-1}}$

$F = ma$

$N = kg.m.s^{-2} \Rightarrow [k] = \frac{kg.m.s^{-2}}{m.s^{-1}} = kg.s^{-1}$

On a $A = \frac{k}{e_1 V} \Rightarrow k = A e_1 V = 26 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \cdot 4,2 \cdot 10^{-6} = 0,3 \ kg/s$

2-4 : Méthode d'Euler

Mq $v_{i+1} = (1 - 26\Delta t) v_i + 5,20 \Delta t$

D'après l'éq diff : $\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=t_i} = a_i = 5,2 - 26 v_i$ et $v_{i+1} = a_i \Delta t + v_i$

$|t = t_i$

$$v_{i+1} = (5{,}2 - 26 v_i)\Delta t + v_i = (1 - 26\,\Delta t)v_i + 5{,}2\,\Delta t$$

A.N $\Delta t = 5\,ms$, $v_i = 2{,}38\,m/s \Rightarrow V_{i+1} = (1 - 26 \cdot 5 \cdot 10^{-3})\,2{,}38 - 5{,}2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$

$$\boxed{V_{i+1} \simeq 2{,}12\,m/s}$$