PHYSIQUE 3 (5,75 points) Les deux parties (1) et (2) sont indépendantes

1ère partie (2,75 points):Chute verticale d'un solide

Tout corps immergé dans un fluide est soumis à la poussée fluide , d'Archimède, et s'il est en mouvement de translation dans ce fluide il est soumis en plus à une force de frottement fluide .

Le but de cet exercice est d'étudier l'évolution de la vitesse de deux billes (a) et (b) en verre homogène de rayons différents en mouvement de translation dans une huile avec une vitesse relativement faible .

Données :

Masse volumique du verre : $\rho = 2600\ kg.m^{-3}$;

Masse volumique de l'huile : $\rho_0 = 970\ kg.m^{-3}$;

Viscosité de l'huile : $\eta = 8{,}0.10^{-2}\ N.m^{-2}.s$;

Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81 m.s^{-2}$.

L'expression du volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$

On abandonne au même instant t = 0 les deux billes (a) et (b) à la surface d'une huile contenue dans un tube cylindrique vertical transparent .La hauteur d'huile dans le tube est H = 1,00 m, figure(1)

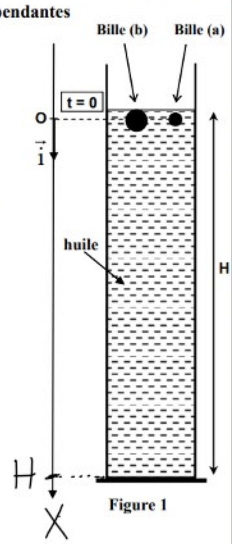


Figure 1

1-Etude du mouvement de la bille (a)

La bille (a) est soumise pendant son mouvement par rapport au repère $(O, \vec i)$ lié à la terre aux forces :

- La poussée d'Archimède : $\vec F = -\rho_0.V.g.\vec i$
- La force de frottement fluide : $\vec f = -6\pi\eta.r.v.\vec i$
- Son poids : $\vec P = m.g.\vec i$

On désigne par τ le temps caractéristique du mouvement de la bille (a) et on considère que la vitesse limite de la bille est atteinte au bout d'une durée de 5τ .

1 **1.1-** Etablir l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$ du mouvement de la bille (a) et préciser les expressions de τ et de C . Calculer τ sachant que r = 0,25 cm .

0,5 **1.2-** Calculer la valeur de la vitesse limite v_ℓ de la bille (a).

2-Etude comparative des mouvements des deux billes (a) et (b)

Le rayon de la bille (b) est r' = 2r .

0,5 **2.1-** Déterminer , en justifiant la réponse , la bille qui met plus de temps pour atteindre sa vitesse limite .

0,75 **2.2-**La distance parcourue au cours du régime transitoire par :
- la bille (a) est d_1 = 5,00cm
-la bille (b) est d_2=80,0 cm

On néglige r et r' devant H .

Calculer la durée qui sépare l'arrivée des deux billes (a) et (b) au fond du tube .

1°/

1-1

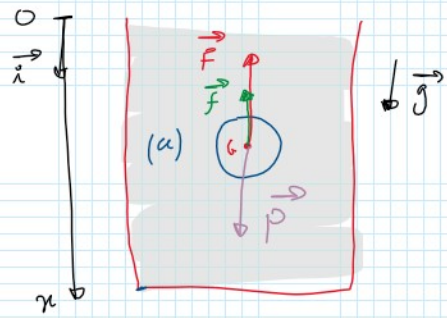
. Le système étudier : { la bille (a) }

. Bilan des forces :

– La poussée d'Archimède : $\vec F = -\rho_0 V g \vec i$

– La force de frottement fluide $\vec f = -6\pi\eta r v \vec i$

– Son poids $\vec P = m\vec g = mg\vec i$



– Application de la 2ème loi de Newton

- Application de la 2ème loi de Newton

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{F} + \vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}_G$; $a_G = a_x = \frac{dv}{dt}$ et $v = v_x$

$-\rho_0 V g \vec{i} - 6\pi\eta r v \vec{i} + mg\vec{i} = ma\vec{i}$

proj/ox : $-F - f + P = ma = m\frac{dv}{dt}$

$-\rho_0 V g - 6\pi\eta r v + mg = m\frac{dv}{dt}$ $\left(\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = c\right)$

$\div m \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_0 V g}{m} - \frac{6\pi\eta r}{m} v$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m} v = g\left(1 - \frac{\rho_0 V}{m}\right)$

or $m_a = m = \rho V = \rho \cdot \frac{4\pi}{3} r^3$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta \cancel{r}}{\rho\frac{4\pi}{3}\cancel{r}^3} v = g\left(1 - \frac{\rho_0 \cancel{V}}{\rho \cancel{V}}\right)$

$\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2\rho r^2} v = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$

Eq diff : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = c$ avec $\tau = \frac{2\rho r^2}{9\eta}$ et $c = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$

A.N : $\tau = \frac{2\rho r^2}{9\eta} = \frac{2 \times 2600\,(0{,}25 \cdot 10^{-2})^2}{9 \times 8 \cdot 10^{-2}} \simeq 4{,}51 \cdot 10^{-2}\ s$

1-2 :

Lorsque le régime permanent est établit, la vitesse de (s) devient constant :

$v = cte = V_e \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ $\left[\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t>5\tau} = 0 \text{ et } v(t>5\tau) = V_e\right]$

$\cancel{\frac{dv}{dt}} + \frac{1}{\tau} v = c \Rightarrow \boxed{V_e = c\,\tau}$

$$\cancel{\frac{dv}{dt}} + \frac{1}{\tau} v_e = c \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_e = c\,\tau}$$

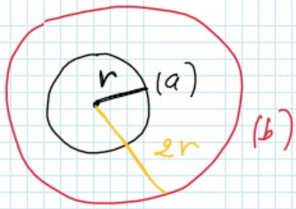
A.N $\quad c = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 9{,}8\left(1 - \frac{970}{2600}\right) = 6{,}143 \text{ m/s}^2$

A.N $\quad V_{lim_a} \simeq 0{,}277$ m/s

2°/

2-1

on a $\tau_a = \frac{2\rho r^2}{9\eta}$: pour la bille (a)



or $r_b = r' = 2r$: $\tau_b = \frac{2\rho r_b^2}{9\eta} = \frac{2\rho(2r)^2}{9\eta} = 0{,}1804$ s

$\tau_a = 4{,}51 \cdot 10^{-2}$ s et $\tau_b = 0{,}1804$ s

$\tau_b > \tau_a \quad \Rightarrow \quad 5\tau_b > 5\tau_a$

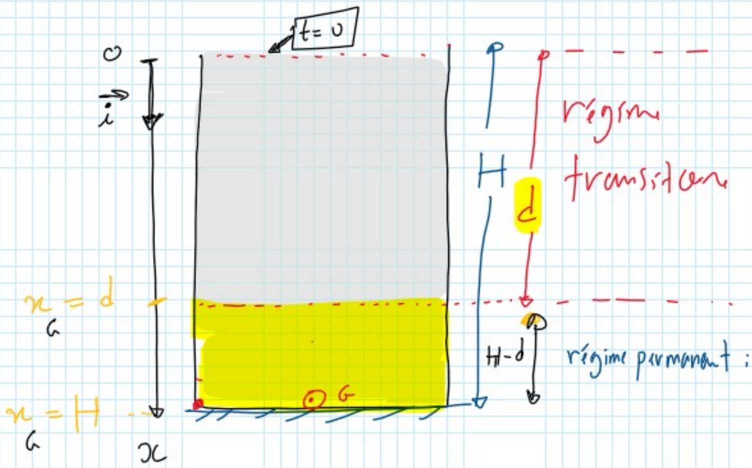
$V_{la} = 0{,}277$ s

$V_{lb} = c\tau_b = 1{,}109$ s

2-2

- La bille (a) a parcouru la distance $d_1 = 5$ cm pendant le régime transitoire $(5\tau_a)$
- le régime permanent : $V_{la} = \frac{H - d_1}{t_{ap}}$

$$t_{ap} = \frac{H - d_1}{V_{la}}$$



$x_G = H - r \simeq H$

$H = 1$ m et $r = 0{,}25$ cm

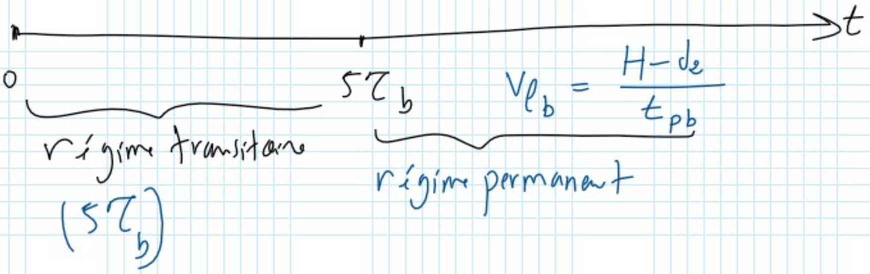
$H >> r$

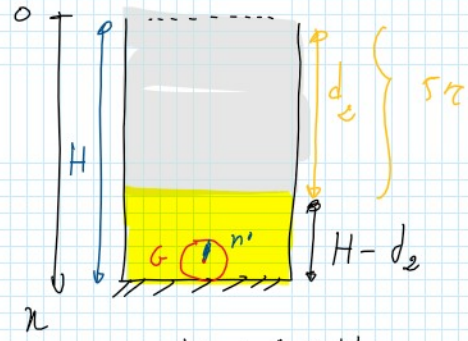
Le temps mis par la bille (a) pour atteindre le fond du tube $(x_G = H - r \simeq H)$ est

$$t_a = 5\tau_a + \frac{H - d_1}{V_a} = 5 \cdot 4{,}51 \times 10^{-2} + \frac{1 - 5 \cdot 10^{-2}}{0{,}277} \simeq 3{,}655 \text{ s}$$

$$t_a = 5\tau_a + \frac{H-d_1}{V_{\ell a}} = 5\cdot 4{,}51\times 10^{-2} + \frac{1-5\cdot 10^{-2}}{0{,}277} \simeq 3{,}655\,s$$

• Le temps mis par la bille (b) pour atteindre le fond du tube :





$x_a = H - r' \simeq H$

$H >> r'$

$$\boxed{t_b = 5\tau_b + \frac{H-d_2}{V_{\ell b}}}$$

$\underline{\underline{A.N}}$ $$t_b = 5\times 0{,}1804 + \frac{1-80\cdot 10^{-2}}{1{,}105} \simeq 1{,}082\,S$$

La durée qui sépare l'arrivée des deux billes (a) et (b) au fond du tube

$$\Delta t = |t_a - t_b| \simeq 2{,}57\,S$$