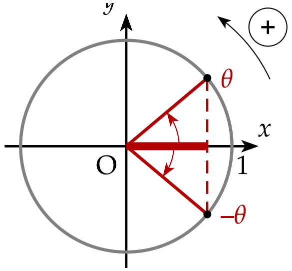
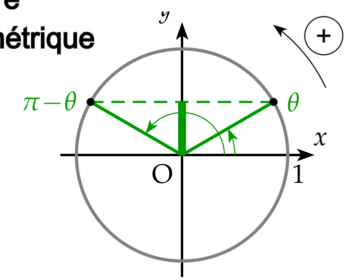
PROF : ATMANI NAJIB



Résumé: Résoudre une Equation trigonométrique



Tronc commun Sciences BIOF

$\cos a = \sin b$

$\Leftrightarrow \cos a = \cos\left(\frac{\pi}{2} - b\right)$

On se ramène à

$\sin a = \cos b$

$\Leftrightarrow \sin a = \sin\left(\frac{\pi}{2} - b\right)$

On se ramène à

Point de ralliement

$\cos a = \cos b$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b + k2\pi \\ a = -b + k2\pi \end{cases}$$

$\sin a = \sin b$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b + k2\pi \\ a = \pi - b + k2\pi \end{cases}$$

où $k \in \mathbb{Z}$

On se ramène à

$\cos a = -\cos b$

$\Leftrightarrow \cos a = \cos(\pi - b)$

On se ramène à

$\sin a = -\sin b$

$\Leftrightarrow \sin a = \sin(-b)$

On se ramène à

$\cos a = -\sin b$

$\Leftrightarrow \cos a = \cos\left(\frac{\pi}{2} + b\right)$

Un autre outil possible

Le changement de variable. On posera suivant les cas : $X = \cos x$ ou $X = \sin x$

But : Se ramener à une équation du type $P(X) = 0$ avec :

⚠ Ne pas oublier de revenir à la variable x.

$P(X) = aX^2 + bX + c$

On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$ puis l'on détermine les éventuelles solutions réelles X_1, X_2

$P(X) = aX^3 + bX^2 + cX + d$

On cherche une solution évidente α, puis on factorise $P(X)$ sous la forme :

$$P(X) = (X - \alpha)(aX^2 + bX + c)$$

où a, b, c sont à déterminer.

$P(X) = aX^4 + bX^2 + c$

On reconnaît une équation bicarrée. On pose alors $Z = X^2$ et l'on résout alors :

$$aZ^2 + bZ + c = 0$$