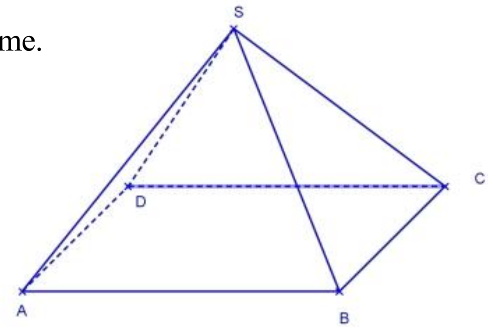
PROF : ATMANI NAJIB

Positions relatives de droites et deplans de l'espace.

Exercice1 :



SABCD est une pyramide de l'espace telle que ABCD soit un parallélogramme.

1. Construire la droite (D) d'intersection des plans (SAB) et (SCD).
2. Construire la droite (ὰ) d'intersection des plans (SBC) et (SAD).
3. Que peut-on dire du plan P contenant les droites (D) et (ὰ)?

Correction :

1°.A $\notin$ (SCD) donc les plans (SAB) et (SCD) ne sont pas confondus.

S est un point commun des plans (SAB) et (SCD) donc ces deux plans sont sécants.

Or, les deux droites (AB) contenue dans (SAB) et (CD) contenue dans (SCD) sont parallèles car ABCD est un parallélogramme.

Le théorème du toit permet d'affirmer que la droite (D) d'intersection des plans (SAB) et (SCD) est parallèle à (AB) et à (CD).

Donc, la droite (D) est la droite passant par S et parallèle à (AB).
2° On démontre de la même façon que la droite (Δ) d'intersection des plans (SBC) et (SAD) est la parallèle à (BC) passant par S.

3° (D) et (AB) sont parallèles.

(Δ) et (BC) sont parallèles.

(AB) et (BC) sont sécantes en B et (D) et (Δ) sont sécantes en S.

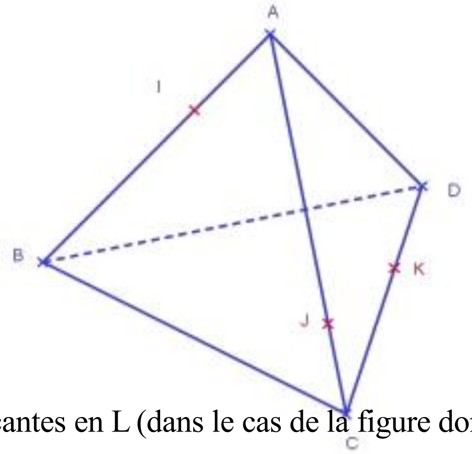
Deux droites sécantes de (P) sont parallèles à deux droites sécantes du plan (ABCD) donc les plans (P) et (ABCD) sont parallèles.

Exercice2 : ABCD est un tétraèdre.

$I \in [AB]$; $J \in [AC]$; $K \in [CD]$

Construire la section du tétraèdre ABCD par le plan IJK.

SOLUTION:



$I \in [AB]$; $J \in [AC]$; $K \in [CD]$

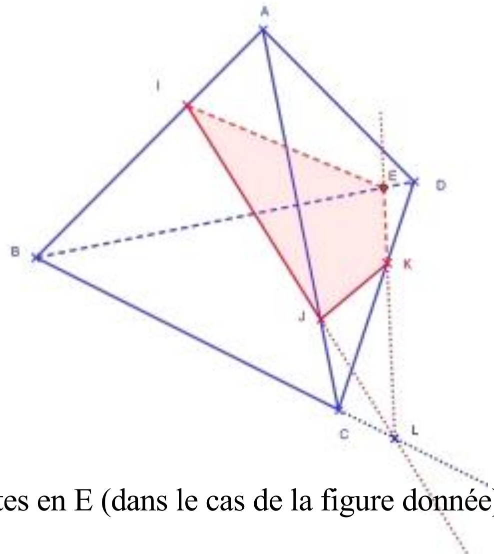
Construire la section du tétraèdre ABCD par le plan IJK.

Les droites (IJ) et (BC) contenues dans le plan (ABC) sont sécantes en L (dans le cas de la figure donnée).

L∈(BC) donc L∈(BCD)

K∈(CD) donc K∈(BCD)

Donc la droite (LK) est contenue dans le plan (BCD).



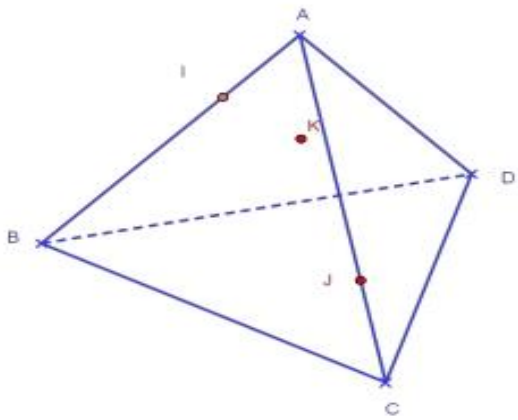
Les droites (LK) et (BD) contenues dans le plan (BCD) sont sécantes en E (dans le cas de la figure donnée).

I∈(AB) donc I∈(BDA)

E∈(BD) donc E∈(BDA)

Donc la droite (IE) est contenue dans le plan (BDA).
La section du tétraèdre par le plan (IJK) est le quadrilatère IJKE.
On aurait aussi pu commencer par construire le point
d'intersection M des droites (AD) et (JK).

2.



$I \in [AB]$; $J \in [AC]$; $K \in (ABD)$

Construire la section du tétraèdre ABCD par le plan IJK.

I∈(AB) donc I∈(ABD)

K∈(ABD)

Donc la droite (IK) est contenue dans le plan (ABD).

La droite (BD) est aussi contenue dans la plan (ABD).

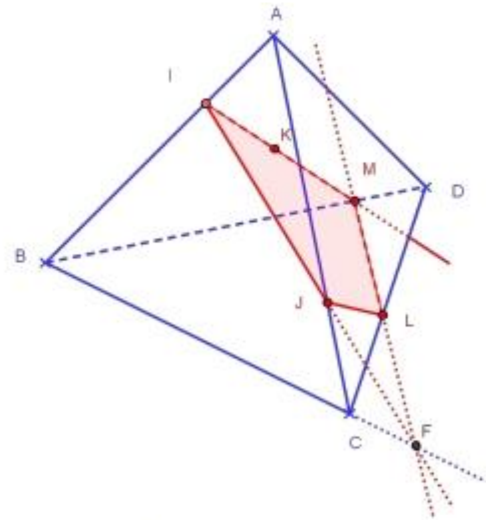
Les droites (IK) et (BD) sont sécantes en M∈[BD] (dans le cas de la figure)

Les droites (IJ) et (BC) contenues dans le plan (ABC) sont sécantes en F.

(FM) est la droite d'intersection des plans (BCD) et (IJK).

Les droites (FM) et (DC) contenues dans le plan (BCD) sont sécantes en L.

La section du tétraèdre par le plan (IJK) est le quadrilatère IJLM.



Exercice3

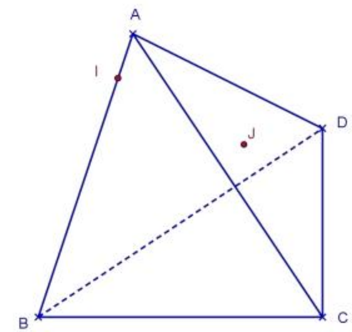
ABCD est un tétraèdre.

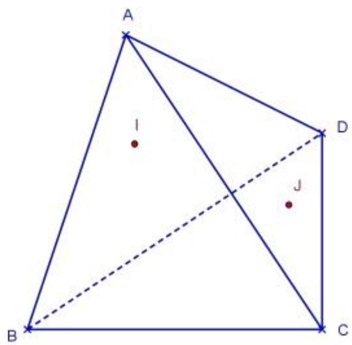
1. $I \in (AB)$ et $J \in (ACD)$

Construire le point d'intersection de la droite (IJ) et du plan (BCD).

2. $I \in (ABC)$ et $J \in (ACD)$

Construire le point d'intersection de la droite (IJ) et du plan (BCD).





Correction :

1. <u>Méthode proposée :</u>On considère (P) un plan contenant la droite (IJ) et sécant avec le plan (BCD).

On appelle (Δ) la droite d'intersection des plans (P) et (BCD).

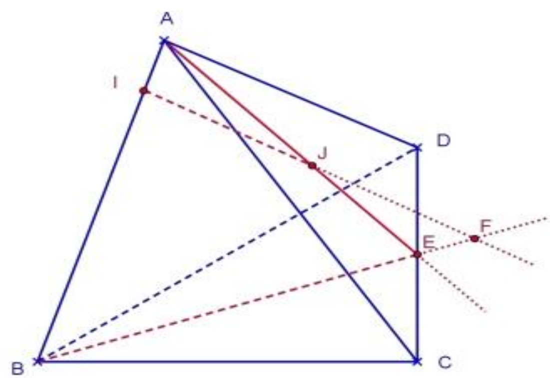
Le point d'intersection des droites (Δ) et (IJ) (s'il existe) est le point d'intersection de la droite (IJ) et du plan(BCD).

On choisit le plan (P)=(AIJ) (remarque : B ∈ (AI) donc B appartient au plan (P))

Les droites (AJ) et (DC) contenues dans le plan (ACD) sont sécantes en E.

E ∈ (AIJ) et E ∈ (BCD) donc (Δ) est la droite (BE).

Par conséquent, F le point d'intersection de (IJ) et (BE) est le point d'intersection de (IJ) et de (BCD).



2°On choisit le plan (P)=(AIJ).

Les droites (AI) et (BC) contenues dans le plan (ABC) sont sécantes en E.

E ∈ (AIJ) et E ∈ (BCD).

Les droites (AJ) et (CD) contenues dans le plan (ACD) sont sécantes en F.

F ∈ (AIJ) et F ∈ (BCD).

La droite d'intersection (Δ) des plans (P) et (BCD) est la droite (EF).

Donc, L le point d'intersection de (IJ) et (EF) est le point d'intersection de (IJ) et de (BCD).