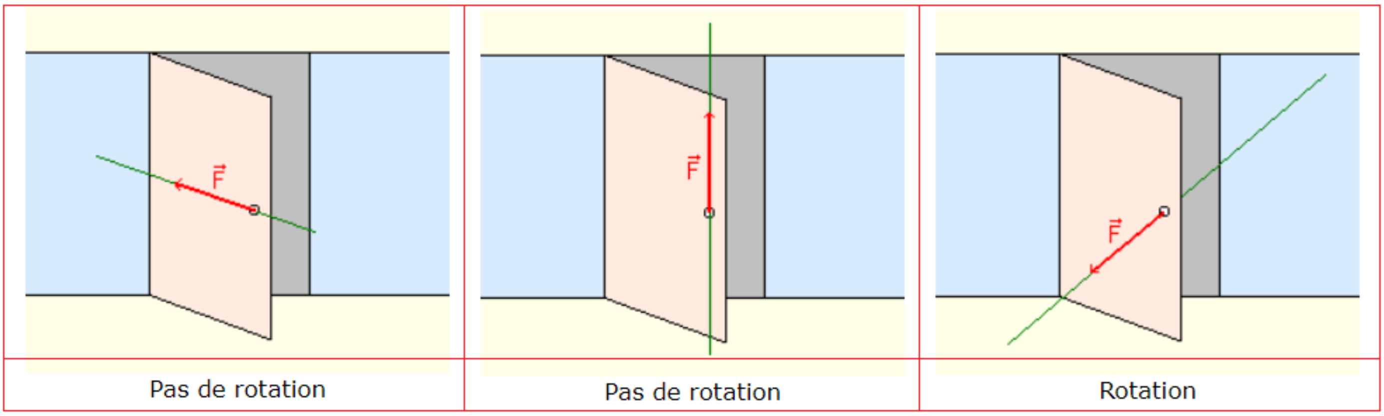
Equilibre d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

I-Effet d'une force sur la rotation d'un solide :

1-Activité 1:

La rotation d'une porte autour d'un axe (Δ).

Si on exerce une force sur une porte ouverte on constate :



Pour qu'une force $\vec{F}$ ait un effet sur la rotation d'un solide, il faut :

- Sa direction ne soit pas parallèle à l'axe de rotation.
- Sa direction ne rencontre pas l'axe de rotation.

2-Conclusion :

L'effet d'une force sur la rotation d'un solide autour d'un axe fixe ne dépend pas seulement de l'intensité de la force mais aussi de sa direction. L'effet d'une force est d'autant plus grand que celui est placé loin de l'axe de rotation.

II-Moment d'une force par rapport à un axe fixe :

1-Expérience:

La plaque (P) peut tourner autour de l'axe (Δ) passant par O, on suspend au point A un corps (S) et on exerce de l'autre côté une force $\overrightarrow{F_B}$ au point B. Pour rétablir l'équilibre de la plaque, on change l'intensité et la direction de la force.

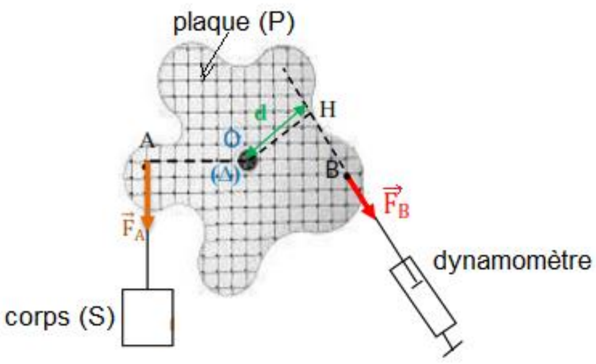


Tableau des résultats :

F_B en (N)	1	2	3	4	5
d en (cm)	12	6	4	3	2,4
$F_B.d$ en $(N.m)$	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12

–Observation :

Lorsque l'intensité de la force $\vec{F}_B$ diminue, la distance d augmente.

Le produit $F_B.d$ reste constante, il s'appelle le moment de la force $\vec{F}_B$.

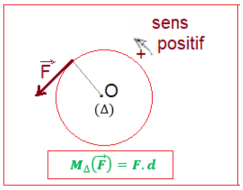
2-Définition du moment d'une force :

Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un axe est le produit de l'intensité de cette force par la distance d entre la droite d'action de la force et l'axe de rotation.

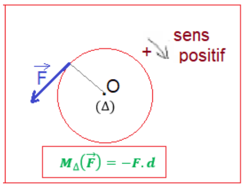
Le moment d'une force est une grandeur algébrique.

$$M_\Delta(\vec{F}) = \pm F.d \begin{cases} F\text{: intensité de la force en } (N) \\ d\text{: la distance entre la direction de } \vec{F} \text{ et l'axe} \Delta \text{ en } (m) \\ M_\Delta(\vec{F})\text{: le moment de la force } \vec{F} \text{ par rapport à } (\Delta) \text{ en } (N \end{cases}$$

–Si la force $\vec{F}$ tend à faire tourner le solide dans le sens positif choisi : $M_\Delta(\vec{F}) = F.d$



–Si la force $\vec{F}$ tend à faire tourner le solide dans le sens contraire au sens choisi : $M_\Delta(\vec{F}) = -F.d$



III-Equilibre d'un solide en rotation autour d'un axe fixe :

1-Etude de l'équilibre de la plaque (P)

La plaque (P) est soumise à :

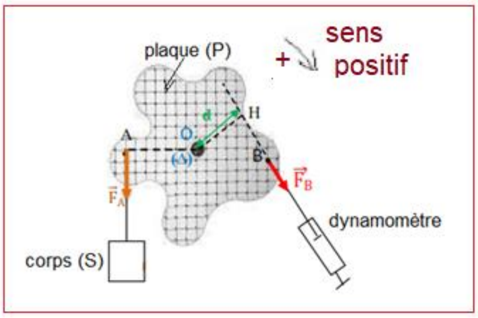
$\vec{F}_A$: force exercée par le corps (S) ; son moment est : $M_\Delta(\vec{F}_A) = -F_A.OA$

$\vec{F}_B$: force exercée par le dynamomètre ; son moment est : $M_\Delta(\vec{F}_B) = F_B.OH$

$\vec{R}$: force exercée par l'axe de rotation ; son moment est nul $M_\Delta(\vec{R}) = 0$

$\vec{P}$: poids de la plaque ; son moment est nul $M_\Delta(\vec{P}) = 0$

Puisque : $F_A.OA = F_B.OH$ donc : $F_B.OH - F_A.OAF_A.OA = 0$



$$M_\Delta(\vec{F}_A) + M_\Delta(\vec{F}_B) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P}) = 0$$

2-Théorème des moments :

Lorsqu'un solide, en rotation autour d'un axe fixe, est en équilibre, la somme algébrique des moments de toutes les forces qui s'exercent sur lui, par rapport à cet axe, est nulle. $\boldsymbol{\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0}$

3-Condition d'équilibre :

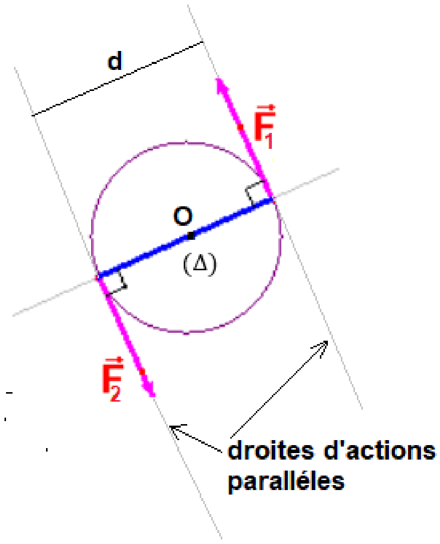
Lorsqu'un solide est en équilibre, les conditions suivantes doivent être vérifiées :

- $1^{ére}$ condition :**Immobilité du centre de gravité G** : $\sum \vec{F} = \vec{0}$
- $2^{éme}$ condition : **absence de rotation autour de l'axe de rotation** : $\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$

IV-Moment d'un couple de forces :

1-Définition d'un couple de forces :

Un couple de force $(\vec{F}_1\ ;\ \vec{F}_2)$ est un ensemble de deux forces parallèles, de sens contraires, de même intensité $F = F_1 = F_2$ et n'ayant pas la même droite d'action.



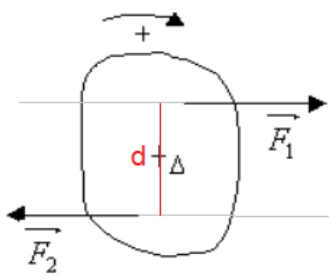
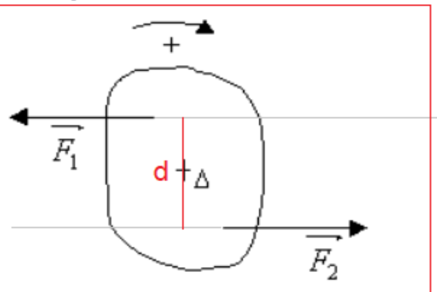
$$(\vec{F}_1\ ;\ \vec{F}_2) \text{ est un couple si } \begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \\ \vec{F}_1 \text{ et } \vec{F}_2 \text{ ont des droites d'action différentes} \end{cases}$$

2-Moment d'un couple de forces:

Le moment M d'un couple de forces $(\vec{F}_1\ ;\ \vec{F}_2)$ est égal au produit de l'intensité commune F des deux forces par la distance d séparant les deux droites d'action.

$$\boldsymbol{M = \pm F.d}$$

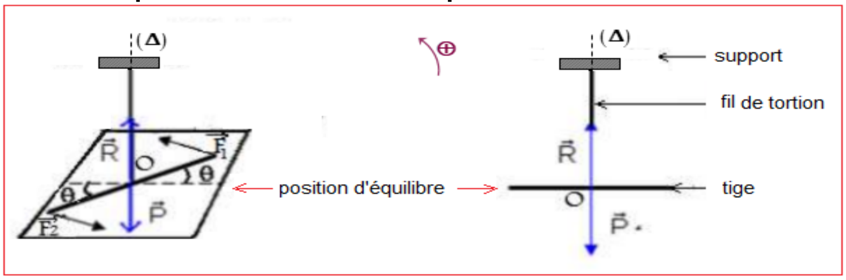
Le moment d'un couple est une grandeur algébrique.

	
M = F.d >0	M = -F.d < 0

V- Moment de couple de torsion :

1-Couple de torsion :

La tige est suspendue par un fil métallique :



La tige est en équilibre sous l'action de son poids $\vec{P}$ et de la force $\vec{R}$ exercée par le fil de torsion.

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \qquad \text{et} \qquad M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$$

On applique à la tige un couple de forces $(\vec{F}_1\ ;\ \vec{F}_2)$, la tige tourne d'un angle θ.

La tige est soumise à :

$(\vec{F}_1\ ;\ \vec{F}_2)$ un couple de forces de moment $M(C)$

$\vec{P}$: le poids de la tige

$\vec{R}$: la force exercée par le fil de torsion

$\sum \vec{f}_i$: les forces de rappels constituent un couple appelé couple de torsion $M(T)$.

D'après les conditions d'équilibre on a :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} + \vec{R} + \sum \vec{f}_i = \vec{0}$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) + M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M(T) = 0$$

$$M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0 \quad \text{et} \quad M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) = M(C)$$

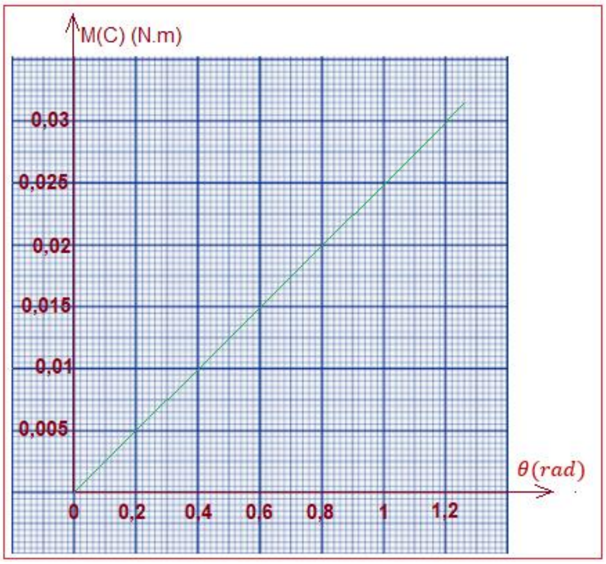
$$M(T) = -M(C)$$

2-Expressin du couple de torsion :

N exerce sur la tige in couple de forces de moment $M(C) = F.d$ et on mesure l'angle θ. On obtient les résultats suivants :

$F(N)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3
$d(m)$	0,04	0,06	0,06	0,08	0,08	0,10
$M(C) = F.d$	0,004	0,006	0,012	0,016	0,024	0,030
θ (°)	9	14	28	37	55	69
$\theta(rad)$	0,16	0,24	0,48	0,64	0,96	1,20

Le graphe est une fonction linéaire son équation s'écrit : $M(C) = C.\theta$



C : est le coefficient de proportionnalité qui s'appelle constante de torsion en $(N.m.rad^{-1})$.

$$C = \frac{\Delta M(C)}{\Delta \theta}$$

$$C = \frac{0{,}03 - 0}{1{,}2 - 0} = 2{,}5.10^{-2}\ N.m.rad^{-1}$$

La valeur de C dépond de la longueur du fil, de sa section et de sa nature.

θ : angle de torsion en (rad)

Puisque : $M(T) = -M(C)$

L'expression du moment de couple de torsion est :

$$M_T = -C.\theta$$