

Exercice 1 :

1) a - Résoudre dans \mathbb{R} : $x^2 - 5x + 6 = 0$

b - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :

$$e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$$

c - Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'inéquation suivante :

$$\ln^2 x - 5 \ln x + 6 = 0$$

2) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système:
$$\begin{cases} e^x e^y = 10 \\ \frac{e^x}{e^y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Exercice 1 :I - Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - 2z + 26 = 0$

II - Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct

 $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points A, B et Ω d'affixesrespectives $\mathbf{a} = 1 + 5\mathbf{i}$ et $\mathbf{b} = 1 - 5\mathbf{i}$ et $\mathbf{c} = \frac{7}{2}$ 1) Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la transformation h de définie par l'expression complexe : $z' = \frac{-3}{5}z + \frac{56}{10}$ a - Montrer que h est une homothétie de centre C et de rapport $\frac{-3}{5}$ b - Montrer que l'affixe du point D l'image du point B par l'homothétie h est : $\mathbf{d} = 5 + 3\mathbf{i}$ 2) a - Montrer que $\frac{\mathbf{d} - \mathbf{a}}{\mathbf{c} - \mathbf{b}} = \frac{-4}{5}\mathbf{i}$ b - Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AD})$ en déduire que $[\mathbf{AD}]$ est une hauteur du triangle ABC3) Montrer que l'ensemble M(z) des points du plan complexe qui vérifient $|\bar{z} - 1 + 5\mathbf{i}| = 10$ est le cercle (C) de centre A qui passe par le point B.**Exercice 2 :**On pose $\mathbf{I} = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx$ et $\mathbf{J} = \int_0^{\ln 2} e^x \ln(e^x + 1) dx$ 1) a - Vérifier que : $e^x - 1 + \frac{1}{e^x + 1} = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$ b - Donner la fonction dérivée de : $\mathbf{f}(x) = \ln\left(\frac{e^{2x}}{e^x + 1}\right)$

2) a - Calculer l'intégrale I.

b - A l'aide d'une intégration par parties calculer J.

Problème :**Partie I :**1) On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $\mathbf{g}(x) = -x + 1 + x \ln x$ a- Calculer $\mathbf{g}'(x)$ et dresser le tableau des variations de la fonction g.b - En déduire que $\mathbf{g}(x) \geq 0 \quad \forall x \in]0; +\infty[$ et que 1 est la seule solution de l'équation $\mathbf{g}(x) = 0$ 2) On pose $\mathbf{h}(x) = 1 + 2x \ln x \quad \forall x \in]0; +\infty[$ a- Calculer $\mathbf{h}'(x)$ et dresser le tableau des variations de la fonction h.b - En déduire que $\mathbf{h}(x) > 0 \quad \forall x \in]0; +\infty[$ **Partie II :**On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} \mathbf{f}(x) = x(\ln x - 1) + 2\sqrt{x} & x \neq 0 \\ \mathbf{f}(0) = 0 \end{cases}$$

 (C_f) est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 1 cm)

1) a - Montrer que f est continue à droite en 0.

b - Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{f}(x)}{x} = +\infty$ (on peut poser $t = \sqrt{x}$) et interpréter les résultats géométriquement.1) a - Calculer: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \mathbf{f}(x)$ b - Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\mathbf{f}(x)}{x} = +\infty$ et interpréter les résultats géométriquement.

les résultats géométriquement.

3) a - Montrer que $\mathbf{f}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \mathbf{h}(\sqrt{x}) \quad \forall x > 0$ b - En déduire que f est croissante sur $[0; +\infty[$ et dresser le tableau des variations de la fonction f.c) Déterminer l'équation de la tangente (Δ) à (C_f) au point d'abscisse 1.4) a - Montrer que $\mathbf{f}(x) - x = 2\sqrt{x} \mathbf{g}(\sqrt{x}) \quad \forall x > 0$ b- En déduire que (C_f) est au-dessus de (Δ) sur $[0; +\infty[$ 5) a - Montrer que f admet une fonction réciproque \mathbf{f}^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.b - Montrer que la fonction \mathbf{f}^{-1} est dérivable en 1 puis calculer $(\mathbf{f}^{-1})'(1)$ 6) Tracer la droite (Δ) , la courbe (C_f) et $(C_{\mathbf{f}^{-1}})$.**Partie III :**On considère la suite (U_n) définie par :

$$U_{n+1} = \mathbf{f}(U_n) \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad U_0 = \frac{1}{2}$$

1) Montrer que : $0 < U_n < 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ 2) Montrer que la suite (U_n) est croissante.3) En déduire que la suite (U_n) est convergente et déterminer $\lim U_n$