



### 1. Bac 2014 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$ . ..... (0,75)

2. On considère le nombre complexe  $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$ .

a. Montrer que le module de  $u$  est  $\sqrt{2}$  et que  $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ . ..... (0,5)

b. En utilisant l'écriture de  $u$  sous forme trigonométrique, montrer que  $u^6$  est un nombre réel. . (0,75)

3. Dans le plan complexe  $(P)$  étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points  $A$  et  $B$  d'affixes respectives  $a = 4 - 4i\sqrt{3}$  et  $b = 8$ .  
soit  $z$  l'affixe du point  $M$  et  $z'$  l'affixe du point  $M'$ ; l'image de  $M$  par la rotation  $R$  de centre le point  $O$  et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .

a. Exprimer  $z'$  en fonction de  $z$ . ..... (0,5)

b. Vérifier que le point  $B$  est l'image du point  $A$  par la rotation  $R$ , et en déduire que le triangle  $OAB$  est équilatéral. .... (0,5)

### 2. Bac 2014 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - 4z + 5 = 0$ . ..... (0,75)

2. Dans le plan complexe  $(P)$  étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points  $A, B, C, D$  et  $\Omega$  d'affixes respectives  $a = 2 + i$ ,  $b = 2 - i$ ,  $c = i$ ,  $d = -i$  et  $\omega = 1$ .

a. Montrer que :  $\frac{a - \omega}{b - \omega} = i$ . ..... (0,25)

b. En déduire que : le triangle  $\Omega AB$  est rectangle isocèle en  $\Omega$ . ..... (0,75)

3. soit  $z$  l'affixe du point  $M$  et  $z'$  l'affixe du point  $M'$ ; l'image de  $M$  par la rotation  $R$  de centre le point  $\Omega$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

a. montrer que :  $z' = iz + 1 - i$ . ..... (0,5)

b. Vérifier que :  $R(A) = C$  et  $R(D) = B$ . ..... (0,5)

c. montrer que : les points  $A, B, C, D$  appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre. .... (0,5)

### 3. Bac 2015 session normale ( fuite تسريبات )

i. On considère le nombre complexe  $a$  tel que :  $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ .

1. Montrer que : le module de  $a$  est  $2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ . ..... (0,5)

2. Vérifier que :  $a = 2\left(1 + \cos\frac{\pi}{4}\right) + 2i\sin\frac{\pi}{4}$ . ..... (0,25)

3. ..

a. Par la linéarisation de  $\cos^2\theta$  tel que  $\theta$  est un nombre réel, montrer que  $1 + \cos 2\theta = 2\cos^2\theta$  (0,25)

b. Montrer que :  $a = 4\cos^2\frac{\pi}{8} + 4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$  ( on rappelle que  $\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$  ) . ..... (0,5)



**c.** Montrer que :  $4 \cos \frac{\pi}{8} \left( \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$ . Est la forme trigonométrique du nombre a puis montrer que

$$a^4 = \left( 2\sqrt{2+\sqrt{2}} \right)^4 i \dots\dots\dots (0,5)$$

**ii.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points  $\Omega$  et A d'affixes respectives  $\omega$  et a tel que  $\omega = \sqrt{2}$  et  $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ , et la rotation R de centre le point  $\Omega$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

**1.** Montrer que l'affixe b du point B est l'image du point A par la rotation R est égale à  $2i$ . ..... (0,5)

**2.** Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie  $|z - 2i| = 2$ . ..... (0,5)

**4. Bac 2015 session normale (الذي تم تعويض موضوع تسريبات)**

**1.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 + 10z + 26 = 0$ . ..... (0,75)

**2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points A, B, C et  $\Omega$  d'affixes respectives  $a = -2 + 2i$ ,  $b = -5 + i$ ,  $c = -5 - i$  et  $\omega = -3$ .

**a.** Montrer que :  $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$ . ..... (0,5)

**b.** En déduire que : la nature du triangle  $\Omega AB$ . ..... (0,5)

**3.** Soit le point D l'image du point C par la translation T de vecteur  $\vec{u}$  d'affixe  $6 + 4i$ .

**a.** Montrer que : l'affixe d du point D est  $1 + 3i$ . ..... (0,5)

**b.** Montrer que :  $\frac{b - d}{a - d} = 2$  puis en déduire que : le point A est le milieu du segment [BD]. ..... (0,5)

**5. Bac 2015 session de rattrapage**

**1.** ..

**a.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - 8z + 32 = 0$ . ..... (0,75)

**b.** On considère le nombre complexe a tel que  $a = 4 + 4i$ . Ecrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique, puis en déduire que  $a^{16}$  est un nombre réel négatif. ..... (0,75)

**2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points A, B et C d'affixes respectives  $a = 4 + 4i$ ,  $b = 2 + 3i$  et  $c = 3 + 4i$ .

Soit z l'affixe du point M et  $z'$  l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point C et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

**a.** Montrer que :  $z' = iz + 7 + i$ . ..... (0,5)

**b.** Vérifier que : l'affixe d du point D l'image du point A par la rotation R est  $3 + 5i$ . ..... (0,5)

**c.** Montrer que : l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie  $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$  est la droite (BC). ..... (0,5)

**6. Bac 2016 session normale**



- 1.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - 4z + 29 = 0$ . ..... (0,75)
- 2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points  $\Omega$ , A et B d'affixes respectives  $\omega = 2 + 5i$ ,  $a = 5 + 2i$ ,  $b = 5 + 8i$ .
- a.** Soit le nombre complexe  $u$  tel que :  $u = b - \omega$ , vérifier que  $u = 3 + 3i$ , puis montrer que  $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$ . ..... (0,75)
- b.** Déterminer l'argument du nombre complexe  $\bar{u}$  ( $\bar{u}$  désigne le conjugué du nombre complexe  $u$ ). ..... (0,25)
- c.** Vérifier que :  $a - \omega = \bar{u}$ , puis en déduire que :  $\Omega A = \Omega B$  et  $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$  ..... (0,75)
- d.** On considère la rotation R de centre le point  $\Omega$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ , déterminer l'image du point A par la rotation R. .... (0,5)

### 7. Bac 2016 session de rattrapage

- 1.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - 8z + 41 = 0$ . ..... (0,75)
- 2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points A, B, C et  $\Omega$  d'affixes respectives  $a = 4 + 5i$ ,  $b = 3 + 4i$ ,  $c = 6 + 7i$  et  $\omega = 4 + 7i$ .
- a.** Montrer que :  $\frac{c - b}{a - b}$ , en déduire que les points A, B, C sont alignés. .... (0,75)
- b.** Soit  $z$  l'affixe du point M et  $z'$  l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point  $\Omega$  et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$ .  
Montrer que :  $z' = -iz - 3 + 11i$ . ..... (0,75)
- c.** Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner la forme trigonométrique du nombre  $\frac{a - \omega}{c - \omega}$ . ..... (0,75)

### 8. Bac 2017 session normale

On considère les deux nombres complexes a et b tel que :  $a = \sqrt{3} + i$  et  $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$ .

- 1.** ..
- a.** Vérifier que :  $b = (1 + i)a$ . ..... (0,25)
- b.** En déduire que :  $|b| = 2\sqrt{2}$  et  $\arg b \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$ . ..... (0,5)
- c.** En déduire que :  $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ . ..... (0,5)
- 2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points A et B d'affixes respectives a et b, et le point C d'affixe  $c = -1 + i\sqrt{3}$ .
- a.** Vérifier que :  $c = ia$  puis en déduire que  $OA = OC$  et  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ . ..... (0,75)



- b.** Montrer que le point B est l'image du point A par la translation T de vecteur  $\overrightarrow{OC}$  . ..... ( 0,5 )  
**c.** En déduire que le quadrilatère OABC est un carré . ..... ( 0,5 )

### 9. Bac 2017 session de rattrapage

- 1.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 + 4z + 8 = 0$  . ..... ( 0,75 )  
**2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$  , On considère les points A , B et C d'affixes respectives  $a = -2 + 2i$  ,  $b = 4 - 4i$  , et  $c = 4 + 8i$  .  
**a.** Soit  $z$  l'affixe du point M et  $z'$  l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point A et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$  .  
 Montrer que :  $z' = -iz - 4$  . ..... ( 0,5 )  
**b.** Vérifier que : le point B est l'image du point C par la rotation R , en déduire la nature du triangle ABC . ..... ( 0,75 )  
**3.** ..  
**a.** Soit  $\omega$  l'affixe du point  $\Omega$  milieu du segment [BC] ; montrer que :  $|c - \omega| = 6$  . ..... ( 0,5 )  
**b.** Montrer que : l'ensemble des points M d'affixe  $z$  qui vérifie  $|c - \omega| = 6$  est le cercle circonscrit du triangle ABC . ..... ( 0,5 )

### 10. Bac 2018 session normale

- 1.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $2z^2 + 2z + 5 = 0$  . ..... ( 0,75 )  
**2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$  , on considère la rotation R de centre le point O et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$  .  
**a.** Ecrire la forme trigonométrique du nombre complexe  $d = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$  . ..... ( 0,25 )  
**b.** Soit le point A d'affixe  $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$  ; B l'image du point A par la rotation R , soit b l'affixe du point B montrer que  $b = da$  . ..... ( 0,5 )  
**3.** Soit t la translation du vecteur  $\overrightarrow{OA}$  et le point C l'image de B par la translation t et c l'affixe du point C  
**a.** Vérifier que  $c = b + a$  , puis en déduire que  $c = a \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$  ( on peut utiliser question 2 ) b -) ( 0,75 )  
**b.** Déterminer  $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$  , puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral . ..... ( 0,75 )

### 11. Bac 2018 session de rattrapage

- 1.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$  .. ..... ( 0,75 )  
**1.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$  , on considère le point A d'affixe  $a = \sqrt{2}(1 - i)$  la rotation R de centre le point O et d'angle  $\frac{\pi}{3}$  .  
**a.** Ecrire a sous forme trigonométrique . ..... ( 0,25 )



**b.** Soit le point B l'image du point A par la rotation R, et b l'affixe du point B montrer que

$$b = 2 \left( \cos \left( \frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{12} \right) \right) \dots \dots \dots (0,5)$$

**2.** ..

**a.** On considère le point C d'affixe  $c = 1 + i$ . Montrer que :  $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**b.** Soit t la translation du vecteur  $\overrightarrow{OC}$  et le point D l'image de B par la translation t .

Montrer que :  $OD = |b + c|$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**c.** En déduire que :  $OD \times BC = 2\sqrt{3}$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

### 12. Bac 2019 session normale

**1.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - 2z + 4 = 0$  .  $\dots \dots \dots (0,75)$

**2.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives  $a = 1 - i\sqrt{3}$ ,  $b = 2 + 2i$ ,  $c = \sqrt{3} + i$  et  $d = -2 + 2\sqrt{3}$  .

**a.** Vérifier que :  $a - d = -\sqrt{3}(c - d)$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**b.** En déduire que : les points A, C et D sont alignés .  $\dots \dots \dots (0,25)$

**3.** Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point O et d'angle  $-\frac{\pi}{3}$  .

Vérifier que :  $z' = \frac{1}{2}az$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**4.** Soit le point H d'affixe h est l'image du point B par la rotation R, et le point P d'affixe p tel que  $p = a - c$  .

**a.** Vérifier que :  $h = ip$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**b.** Montrer que le triangle OHP est rectangle et isocèle en O .  $\dots \dots \dots (0,5)$

### 13. Bac 2019 session de rattrapage

**1.** ..

**a.** Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation  $z^2 - 3z + 3 = 0$  .  $\dots \dots \dots (0,75)$

**b.** On pose :  $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . écrire a sous forme trigonométrique .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**2.** On considère le nombre complexe  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$ , vérifier que  $b^2 = i$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**3.** On pose  $h = \cos \left( \frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{12} \right)$ , montrer que :  $h^4 + 1 = a$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**4.** Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère le point B d'affixe b et la rotation R de centre le point O et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  .

**a.** Soit c l'affixe du point C l'image du point B par la rotation R, montrer que  $c = ib$  .  $\dots \dots \dots (0,5)$

**b.** en déduire la nature du triangle OBC .  $\dots \dots \dots (0,25)$