1$^{\text{ère}}$ bac SM	suites numériques	

Exercice N°4

Soit $\left(u_n\right)_n$ la suite telle que :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{8u_n - 8}{u_n + 2} \end{cases}$$

1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad 2 < u_n < 4$

2) Etudier la monotonie de $\left(u_n\right)_n$

Pour tout n de $\mathbb{N}$ on pose $v_n = \dfrac{u_n - 4}{u_n - 2}$

3) Prouver que $\left(v_n\right)_n$ est une suite géométrique

4) Déterminer v_n en fonction de n

5) déduire que $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \dfrac{4 \times 3^n + 2^{n+1}}{3^n + 2^n}$

exercice 5

Soit $\left(u_n\right)_n$ la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \dfrac{1}{4} u_n \quad ; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Pour tout entier n de $\mathbb{N}$ on pose $v_n = 2^n u_n$

1. montrer que $\left(v_n\right)_n$ est arithmétique
2. déterminer v_n puis u_n en fonction de n

on pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$ et $T = \prod_{k=1}^{n} u_k$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

3. montrer que $S_n = 3 - \dfrac{n+3}{2^n}$ et $T_n = \dfrac{(n+1)!}{2^{\frac{n(n+1)}{2}}}$

exercice N°6

$\left(u_n\right)_n$ une suite telle que $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 4n - u_n \end{cases}$

1. calculer u_1 ; u_2 ; u_3 et u_4
2. montrer que $\left(u_{2n}\right)_n$ est arithmétique
3. déterminer u_{2n} puis u_{2n+1} en fonction de n

pour tout n de $\mathbb{N}$ on pose $v_n = u_n + 1 - 2n$

4. prouver que $\left(v_n\right)_n$ est géométrique
5. déterminer v_n et u_n en fonction de n

Exercice 1

On considère la suite $\left(u_n\right)_n$ définie par :

$$u_0 = 1 \ et \ u_{n+1} = 2u_n + 1 \ (\forall n \in \mathbb{N})$$

Pour tout n de $\mathbb{N}$ on pose $v_n = u_n - \alpha$

1- Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n \geq n$

2- Déduire que $\left(u_n\right)$ n'est pas majorée

3- déterminer α pour que $\left(v_n\right)_n$ soit géométrique

4. on prend $\alpha = -1$ et on pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$

déterminer v_n et u_n en fonction de n

puis S_n en fonction de n

exercice N°2

On considère la suite $\left(u_n\right)_n$ définie par :

$$u_0 = 2 \ et \ u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} \quad (\forall n \in IN)$$

On pose $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1} \qquad \forall n \in \mathbb{N}$

1. montrer que $\forall n \in IN \quad 1 < u_n \leq 2$
2. montrer que $\left(u_n\right)_n$ est décroissante
3. montrer que $\left(v_n\right)_n$ est une suite arithmétique
4. déterminer u_n en fonction de n puis calculer

$S_{2017} = \sum_{k=0}^{2016} v_k$

exercice 3

$\left(u_n\right)_n$ une suite telle que : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n - 3}{4 - u_n} \end{cases}$

Pour tout n de $\mathbb{N}$ on pose $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 1}$

1. montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad -1 \leq u_n \leq 3$
2. étudier la monotonie de $\left(u_n\right)_n$
3. a) montrer que $\left(v_n\right)_n$ est géométrique

b) calculer u_n en fonction de n

c) déterminer :

$S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k$ et $P_n = \prod_{k=0}^{n} v_k$ en fonction de n