Exercice 1 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,1,1)$, $B(-2,1,-1)$, $C(0,2,1)$ et $M(x,y,z)$.

① - a - Calculer $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}$.

b - Déduire que l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tel que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=3$ est une sphère(S), puis déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère(S).

② - a - Déterminer les coordonnés du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$. En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC).

③ - a - Calculer $d(\Omega,(ABC))$ la distance entre le point Ω et le plan (ABC).

b - Déduire l'intersection du plan (ABC) et la sphère(S).

Exercice 2 :

L'espace muni d'un repère orthonormé directe $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$,.

① - On considère la sphère(S) de centre $\Omega(1,-3,2)$ et de rayan $R=3$ .Déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S).

② - On considère la droite (Δ) définie par : $(\Delta):\ \begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-2t \\ z=2+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

a - Montrer que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points I et J tel que l'abscisse de I négatif.

b - Vérifier que $[IJ]$ et diamètre de la sphère (S).

③ - on considère les points $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$ et $C(2,1,-1)$.

a - Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC).

④ - a - Calculer $d(\Omega,(ABC))$ la distance entre le point Ω et le plan (ABC).

b - Vérifier que : $(\Delta)\perp(ABC)$.

⑤ – Déterminer le point d'intersection du plan (ABC) et la sphère(S).

Exercice 3 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(-2,-1,-3)$, $B(-3,0,-2)$ et $C(-4,2,1)$.

① - Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

② - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC).

③ - Soit (S) la sphère d'équation : $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z+3=0$.

a – Déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère (S).

b – Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S).

c – Déterminer la représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire à (ABC).

d – Déterminer le point d'intersection du plan (ABC) et la sphère (S).

Exercice 4 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(2,1,0)$, $B(1,2,2)$ et $C(3,3,1)$.

① - Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

② - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC).

③ - Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

④ - Calculer l'aire de triangle ABC.

⑤ - Soit (S) la sphère d'équation : $x^2+y^2+z^2-2x-6y+5=0$.

a – Déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère (S).

b – Vérifier que les points A, B,C appartiennent à (S).

c – Calculer $d(\Omega,(ABC))$

⑥ - Donner des équations cartesienne des plans (P) et (Q) paralleles à (ABC) et tangente à (S).

Exercice 5 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1,-1,3)$, et le plan (P) d'équation : $x-y+3z=0$.

① - a – Déterminer la représentation paramétrique de la droite (OA)

b – Déterminer une équation cartésienne du plan (Q) orthogonal à la droite (OA) au point A.

c – Vérifier que (P) et (Q) sont parallèles.

② - On considère la sphère (S) tangente au plan (Q) en A, et le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de centre O et de rayon $\sqrt{33}$.

a – Montrer que le point $\Omega(a,b,c)$ le centre de la sphère (S) appartient à la droite (OA), en déduire que : $b=-a$ et $c=3a$.

b – Montrer que : $\Omega A^2-\Omega O^2=33$, et en déduire que : $a-b+3c=11$

c – En déduire les coordonnées du point Ω et montrer que le rayon de la sphère est égal à $2\sqrt{11}$.