



### I. Bac 2014 session normale

I. Soit la fonction  $g$  définie sur  $D = ]0, +\infty[$  par :  $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$ .

1. Montrer que  $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  et en déduire que la fonction  $g$  est croissante sur  $]0, +\infty[$ . ..... (0,5)

2. Vérifier que :  $g(1) = 0$  puis en déduire que  $g(x) \leq 0$  pour tout  $x$  de  $]0, 1]$  et  $g(x) \geq 0$  pour tout  $x$  de  $[1, +\infty[$ . ..... (0,75)

II. On considère  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$ .

et soit  $(C_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité 1 cm)

1. Montrer que :  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ ; puis interpréter géométriquement ce résultat. .... (0,5)

2. ..

a. Calculer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . .... (0,25)

b. Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)^2}{x} = 0$  (on pourra poser  $t = \sqrt{x}$ ) puis montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  (1)

c. Déterminer la branche infinie de  $(C_f)$  au voisinage de  $+\infty$ . .... (0,25)

3. ..

a. Montrer que :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  puis en déduire que la fonction  $f$  est décroissante sur  $]0, 1]$  et la fonction  $f$  est croissante sur  $[1, +\infty[$ . .... (1,5)

b. dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0, +\infty[$  puis en déduire que :  $f(x) \geq 2$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ . .... (1)

4. Construire la courbe  $(C_f)$  de  $f$  dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (on admettra que la courbe de  $f$  possède un seul point d'inflexion, on ne le déterminera pas). .... (0,75)

5. On considère les deux intégrales suivantes :  $I = \int_1^e (1 + \ln x) dx$  et  $J = \int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$ .

a. Montrer que  $H : x \mapsto x \ln x$  est une primitive de la fonction  $h \mapsto 1 + \ln x$  sur  $]0, +\infty[$  puis en déduire que  $I = e$ . .... (0,5)

b. A l'aide d'une intégration par partie montrer que  $J = 2e - 1$ . .... (0,5)

c. Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C_f)$  et l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$ . .... (0,5)

### 2. Bac 2015 session normale ( fuite الذي تم تسريبه )

On considère la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)}$ .

et soit  $(C_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité de 2 cm).



I.

1. Montrer que :  $D_f = ]0; e[ \cup ]e; +\infty[$  (  $D_f$  ensemble de définition de la fonction  $f$  ) . ..... ( 0,5 )

2. ..

a. Calculer :  $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x > e}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x < e}} f(x)$  puis interpréter géométriquement ces deux résultats . ..... ( 0,75 )

b. Calculer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  , puis en déduire que : la courbe  $(C_f)$  admet une asymptote au voisinage de  $+\infty$  dont on déterminera sa direction . ..... ( 0,5 )

c. Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$  puis interpréter géométriquement ce résultat ( pour calculer

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$  on remarque  $x(1 - \ln x) = x - x \ln x$  ) . ..... ( 0,5 )

3. ..

a. Montrer que :  $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1 - \ln x)^2}$  pour tout  $x$  de  $D_f$  . ..... ( 0,75 )

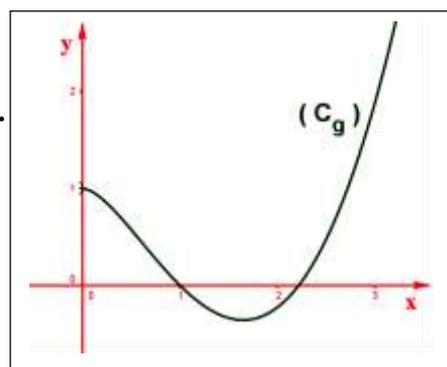
b. Montrer que la fonction  $f$  est décroissante sur  $]0, 1]$  et la fonction  $f$  est croissante sur  $[1; e[$  et  $]e; +\infty[$  . ..... ( 1 )

c. dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $D_f$  . ..... ( 0,25 )

II..

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$  .

Et soit  $(C_g)$  est la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé (voir la figure ) .



1. ..

a. Déterminer graphiquement le nombre des solutions de l'équation suivante (E)  $x \in ]0; +\infty[$  ,  $g(x) = 0$  . ..... ( 0,5 )

b. On donne le tableau suivant :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	-0,14	-0,02	0,12	0,28

montrer que l'équation (E) admet une solution  $\alpha$  tel que  $2,2 < \alpha < 2,3$  . ..... ( 0,5 )

2. ..

a. Vérifier que :  $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1 - \ln x)}$  pour tout  $x$  de  $D_f$  . ..... ( 0,25 )

b. Montrer que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $(\Delta) : y = x$  coupe la courbe  $(C_g)$  en deux points d'abscisses respectives 1 et  $\alpha$  . ..... ( 0,5 )

c. A partir de la courbe  $(C_f)$  , déterminer le signe de  $g$  sur  $[1, \alpha]$  , et montrer que  $f(x) - x \leq 0$  pour tout  $x$  de  $[1, \alpha]$  . ..... ( 0,5 )

3. Construire dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe  $(C_f)$  de  $f$  et la droite  $(\Delta)$  . ..... ( 1,25 )

4. ..



**a.** Montrer que :  $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$  ( on remarquera  $\frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{1}{1-\ln x} \cdot \frac{1}{x}$  pour tout x de  $D_f$  ).

..... ( 0,75 )

**b.** Calculer en  $cm^2$  l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C_f)$  et la droite  $(\Delta)$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = \sqrt{e}$  .

..... ( 0,75 )

**III. ..**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 2$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  pour tout n de  $\mathbb{N}$  .

**1.** Montrer par récurrence que :  $0 \leq u_n \leq \alpha$  pour tout n de  $\mathbb{N}$  .

..... ( 0,5 )

**2.** Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante ( on pourra utiliser le résultat de la question II 2 ) c - )

..... ( 0,5 )

**3.** En déduire que  $(u_n)$  est convergente .et déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  .

..... ( 0,75 )

**3. Bac 2015 session de rattrapage**

**I.** Soit la fonction g définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $g(x) = 1 - x + x \ln x$  .

**1.** ..

**a.** Montrer que :  $g'(x) = \ln x$  pour tout x de  $]0, +\infty[$  .

..... ( 0,5 )

**b.** Montrer que la fonction g est décroissante sur  $]0, 1]$  et la fonction f est croissante sur  $[1, +\infty[$  ..

..... ( 0,5 )

**2.** Calculer :  $g(1)$  puis en déduire que  $g(x) \geq 0$  pour tout x de  $]0, +\infty[$  .

..... ( 0,75 )

**II.** Soit la fonction f définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}$  .

Et soit  $(C_f)$  est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé ( unité de 1 cm ) .

**1.** Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$  puis interpréter géométriquement ce résultat ( pour calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  on

remarque  $f(x) = \frac{3x^2 - 1 - 2x \ln x}{x^2}$  pour tout x de  $]0, +\infty[$  ).

..... ( 0,75 )

**2.** Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  puis en déduire la nature du branche parabolique de la courbe  $(C_f)$  au voisinage  $+\infty$  .

..... ( 0,75 )

**3.** .

**a.** Montrer que :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$  pour tout x de  $]0, +\infty[$  .

..... ( 0,75 )

**b.** Interpréter géométriquement le résultat  $f'(1) = 0$  .

..... ( 0,25 )

**c.** Montrer que : la fonction f est croissante sur  $]0, +\infty[$  .

..... ( 0,5 )

**4.** Construire la courbe  $(C_f)$  de f dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( on admettra que la courbe de f admet deux points d'inflexions l' une a pour abscisse 1 et l'autre a pour abscisse comprise entre 2 et 2,5 et on prend  $f(0,3) = 0$  .

..... ( 0,75 )

**5.** ..



a. Montrer que :  $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x} dx = 1$  . . . . . ( 0,5 )

b. Calculer en  $cm^2$  l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C_f)$  et l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$  . . . . . ( 0,75 )

6. Soit la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :  $h(x) = 3 - \frac{1}{x^2} + \frac{2 \ln x}{|x|}$  .

a. Montrer que la fonction  $h$  est paire et  $h(x) = f(x)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  . . . . . ( 0,75 )

b. Construire dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe  $(C_h)$  de la fonction  $h$  . . . . . ( 0,5 )

**4. Bac 2016 session de rattrapage**

I. Soit la fonction numérique  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2 \ln x$  .

on considère ci-contre le tableau de variations de la fonction  $g$  sur  $]0, +\infty[$  .

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 +	
$g(x)$		$+\infty$ ↙	$+\infty$ ↗ g(1)

1. Calculer :  $g(1)$  . . . . . ( 0,25 )

2. En déduire à partir du tableau que :  $g(x) > 0$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  . . . . . ( 0,75 )

I. On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$

par :  $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1) \ln x$  .

Et soit  $(C_f)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( unité de 2 cm ) .

1. Montrer que :  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$  et interpréter géométriquement ce résultat . . . . . ( 0,75 )

2. ..

a. Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ( pour le calcul de a limite on pourra utiliser l'écriture suivante

$$f(x) = x \left[ \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right] . . . . . ( 0,5 )$$

b. Montrer que : la courbe  $(C_f)$  admet au voisinage  $+\infty$  une branche parabolique dont la direction est celle de l'axe des ordonnées . . . . . ( 0,5 )

3. ..

a. Montrer que :  $f'(x) = g(x)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  . . . . . ( 0,75 )

b. En déduire que : la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $]0, +\infty[$  et dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0, +\infty[$  . . . . . ( 0,75 )

4. ..

a. Montrer que  $I(1,0)$  est un point d'inflexion de la courbe  $(C_f)$  .

b. Montrer que :  $y = x$  est l'équation de la droite  $(T)$  tangente à la courbe  $(C_f)$  au point  $I$  . . ( 0,25 )

c. Construire dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la droite  $(T)$  et la courbe  $(C_f)$  . . . . . ( 0,75 )

5. ..



- a. Montrer que :  $\int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2}\right) dx = \frac{7}{4}$  ..... (0,5)
- b. A l'aide d'une intégration par partie montrer que  $\int_1^2 (x+1) \ln x dx = 4 \ln 2 - \frac{7}{4}$  ..... (0,75)
- c. calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C_f)$  et l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$  . ..... (0,5)
- 6. Résoudre graphiquement l'inéquation :  $x \in ]0, +\infty[$  ;  $(x+1) \ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$  . ..... (0,5)

**5. Bac 2017 session normale**

On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln x$ .

I. ..

- 1. Vérifier que :  $g(1) = 0$  ..... (0,25)
- 2. A partir du tableau de variations de la fonction  $g$  ci-contre :
  - Montrer que :  $g(x) \leq 0$  pour tout  $x$  de  $]0, 1]$  .
  - Montrer que :  $g(x) \geq 0$  pour tout  $x$  de  $[1, +\infty[$  . .... (1)

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$ ↗

II. On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$

et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité de 1 cm) .

- 1. Montrer que :  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$  et interpréter géométriquement ce résultat . ..... (0,5)
- 2. ..
  - a. Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  . ..... (0,25)
  - b. Montrer que : la courbe  $(C_f)$  admet au voisinage  $+\infty$  une branche parabolique dont la direction est la droite  $(D)$  d'équation  $y = x$  . ..... (0,75)
- 3. ..
  - a. Montrer que :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  . ..... (1)
  - b. Montrer que la fonction  $f$  est décroissante sur  $]0, 1]$  et la fonction  $f$  est croissante sur  $[1, +\infty[$  (0,75)
  - c. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0, +\infty[$  . ..... (0,25)
- 4. ..
  - a. Résoudre dans l'intervalle  $]0, +\infty[$  l'équation :  $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x = 0$  . ..... (0,5)
  - b. En déduire que la courbe  $(C_f)$  coupe la droite  $(D)$  en deux points dont on déterminera les coordonnées . ..... (0,5)
  - c. Montrer que :  $f(x) \leq x$  pour tout  $x$  de  $[1, 2]$  et en déduire la position relative de la courbe  $(C_f)$  et la droite  $(D)$  sur  $[1, 2]$  . ..... (0,75)



**5.** Construire dans le même repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la droite  $(D)$  et la courbe  $(C_f)$  (on admettra que la courbe de  $f$  possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse comprise entre 2,4 et 2,5. .... (1)

**6.** ..

**a.** Montrer que :  $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$  . .... (0,5)

**b.** Montrer que :  $H : x \mapsto 2 \ln x - x$  est une fonction primitive de la fonction  $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  . .... (0,25)

**c.** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que  $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$  . .... (0,5)

**d.** Calculer en  $cm^2$  l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C_f)$  et la droite  $(D)$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$  . .... (0,5)

**II.** On considère la suite numérique définie par  $u_0 = \sqrt{3}$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  pour tout entier naturel  $n$ .

**1.** Montrer par récurrence que :  $1 \leq u_n \leq 2$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  . .... (0,5)

**2.** Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question II 4) c-). (0,5)

**3.** En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  . .... (0,75)

**6. Bac 2018 session de rattrapage**

Soit  $g$  la fonction numérique définie sur  $]0, +\infty[$  par

$$g(x) = x^3 - 1 - 2 \ln^2(x) + 2 \ln x.$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variation de la fonction  $g$  sur  $]0, +\infty[$

$x$	$0$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	$+$
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

**I.** ..

**1.** Calculer :  $g(1)$  . .... (0,25)

**2.** A partir de ce tableau, déterminer le signe de  $g(x)$  sur chacun des intervalles  $]0, 1]$  et  $[1, +\infty[$  . .... (0,5)

**II.** On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$  .

Soit  $(C_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité de 1 cm)

**1.** ..

**a.** Vérifier que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  . .... (0,5)

**b.** Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x - \frac{1}{2}$  est asymptote à la courbe  $(C_f)$  au voisinage de  $+\infty$  . .... (0,5)

**c.** Déterminer la position relative de la droite  $(D)$  et la courbe  $(C_f)$  . .... (0,25)

**2.** Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$  et interpréter géométriquement le résultat . .... (0,75)



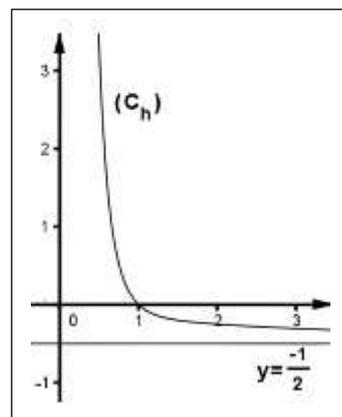
3. ..

- a. Montrer que :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0, +\infty[$  . ..... (1)
- b. Montrer que la fonction  $f$  est décroissante sur  $]0, 1]$  et la fonction  $f$  est croissante sur  $[1, +\infty[$  . (0,5)
- c. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0, +\infty[$  . ..... (0,5)
- 4. Construire dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la droite  $(D)$  et la courbe  $(C_f)$  . ( unité de 1 cm ) . ..... (1)

III. On considère la fonction numérique  $h$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $h(x) = f(x) - x$  .

1. ..

- a. Vérifier que :  $h(1) = 0$  . ..... (0,25)
- b. Dans la figure ci-contre  $(C_h)$  est la représentation graphique de la fonction  $h$  .  
déterminer le signe de  $h(x)$  sur chacun des intervalles  $]0, 1]$  et  $[1, +\infty[$  puis en déduire que  $f(x) \leq x$  pour tout  $x$  de  $[1, +\infty[$  .... (0,75)



- 2. On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par  $u_0 = e$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  .
  - a. Montrer par récurrence que :  $1 \leq u_n \leq e$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  . ..... (0,75)
  - b. Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante ( on pourra utiliser le résultat de la question III 1) b- ) .  
..... (0,75)
  - c. En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite . ..... (0,5)

7. Bac 2019 session normale

Première Partie :

Soit la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$  .

et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( unité : 1 cm ) .

- 1. Calculer :  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  puis interpréter le résultat géométriquement . ..... (0,5)

2. ..

- a. Vérifier que : pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  :  $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln x - 1\right) \ln x$  . ..... (0,25)
- b. En déduire que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  . ..... (0,5)
- c. Montrer que : pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  :  $\frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$  puis en déduire que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$  .  
..... (0,5)



d. Montrer que  $(C_f)$  admet au voisinage de  $+\infty$  une branche parabolique de direction asymptotique la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x$ . ..... (0,75)

3. ..

a. Montrer que : pour tout  $x$  de  $]0,1]$  :  $(x-1) + \ln x \leq 0$   
 et que pour tout  $x$  de  $[1,+\infty[$  :  $(x-1) + \ln x \geq 0$ . ..... (0,5)

b. Montrer que : pour tout  $x$  de  $]0,+\infty[$  :  $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$ . ..... (1)

c. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ . ..... (0,5)

4. ..

a. Montrer que :  $f''(x) = \frac{2-\ln x}{x^2}$  pour tout  $x$  de  $]0,+\infty[$ . ..... (0,5)

b. En déduire que  $(C_f)$  admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées. .... (0,5)

5. ..

a. Montrer que : pour tout  $x$  de  $]0,+\infty[$  :  $f(x) - x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$  puis on déduit la position relative de  $(C_f)$  et  $(\Delta)$ . ..... (0,5)

b. Construire  $(\Delta)$  et  $(C_f)$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . ..... (1)

6. ..

a. Montrer que :  $H : x \mapsto x \ln x - x$  est une primitive de la fonction  $h : x \mapsto \ln x$  sur  $]0,+\infty[$ . (0,5)

b. A l'aide d'une intégration par parties, montrer que  $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$ . ..... (0,75)

c. Calculer en  $cm^2$  l'aire du domaine plan limité par  $(C_f)$  et  $(\Delta)$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$ . ..... (0,5)

**Deuxième Partie :**

Soit  $(u_n)$  la suite numérique définie par  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = f(u_n)$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .

1. ..

a. Montrer par récurrence que :  $1 \leq u_n \leq e$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ . ..... (0,5)

b. Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante. .... (0,5)

c. En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente. .... (0,5)

2.

Calculer la limite de la suite  $(u_n)$ . ..... (0,75)