~ Tronc Commun ~
L'ensemble des entiers naturels
Notions sur l'arithmétiques

Exercice 1 :

Soit n un entier naturel non nul.

1. Montrer que le nombre $n(n+1)$ est pair.
2. Déterminer la parité des nombres suivants :

$$a = 2n^2 + 13 \quad , \quad b = n^3 - n$$

$$c = (2n+1)^7 \quad , \quad d = n^2 + 3n + 1$$

Exercice 2 :

Etudier la parité des nombres :

$2^9 + 6^9$; $17^3 - 5^3$; 351×208 ; 37013×1375

Exercice 3 :

Soit n un entier naturel

Etudier la parité des nombres :

$12n+8$; $2n+5$; $4n+6$; $8n-7$ $(avec \quad n \geq 1)$; $6n+3$; $2n^2+8n+11$; $n^2+n+2006$; n^3-n+2

Exercice 4 :

1. Déterminer les diviseurs des nombres : $18, 38, 75$ et 60.
2. Déterminer cinq multiples de $3, 5, 7, 11, 15$.

Exercice 5 :

Mettez $\times$ dans la case qui convient :

lesnombres \ *divisible*	par 2	Par 3	Par 4	Par 5	Par 9
7524					
2805					
9360					
5005005					
91328					
1010001					

Exercice 6 :

Soient n et a deux entiers naturels non nuls.
On pose $S=(a+1)+(a+2)+.......+(a+n)$

1. Montrer que $1+2+.......+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$
2. Montrer que n divise le nombre $S-\dfrac{n(n+1)}{2}$
3. Montrer que si n est impair alors S est divisible par n .

Exercice 7 :

Déterminer tous les nombres entiers naturels compris entre 202 et 299 qui sont divisibles par 3 et par 5.

Exercice 8 :

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$
On pose $A=n^4-1$

1. Montrer que $n-1$, $n+1$ et n^2+1 sont des diviseurs du nombre A
2. Déterminer quatre autres diviseurs du nombre A .

Exercice 9 :

Soient x et y deux entiers naturels.
On pose $A=(x+2y)^2-x^2$

1. Montrer que $A \in \mathbb{N}$
2. Montrer que A est pair.
3. Montrer que A est divisible par 4

Exercice 10 :

1. Déterminer les multiples du nombre 8 inférieurs à 76
2. Même question pour le nombre 7

Exercice 11 :

1. Donner les quotients de la division euclidienne de chacun des nombres :
   $544-272-136-68-34$ par 2
2. En déduire la valeur du nombre entier naturel n tel que : $544=2^n \times 17$

Exercice 12 :

Déterminer les entiers naturels a,b et c pour que :

a) $23a4$ est divisible par 3
b) $23a4$ est divisible par 3 et n'est pas divisible par 9

c) $\overline{23b5c}$ est divisible par 3 et 5

Exercice 13 :

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3 tel que $n-3$ est multiple de 4.
Montrer que le nombre n^2+6n+5 est multiple de 16

Exercice 14 :

Soit p un nombre premier tel que $p>2$

1. Montrer que p^2-1 est multiple de 8
2. En déduire que 16 divise p^4-1

Exercice 15 :

On considère les deux nombres $x=1500$ et $y=840$

1. Décomposer les nombres x et y en facteurs premiers.
2. Déterminer $x \wedge y$ et $x \vee y$.
3. Simplifier les nombres $\sqrt{x}$ et $\dfrac{x}{y}$

Exercice 16 :

Déterminer tous les valeurs possibles de l'entier naturel n tel que $\dfrac{n+13}{n+3}$ soit un nombre entier naturel.

Exercice 17 :

Soit n un entier naturel

1. a) Développer le nombre : $(n+1)^2-n^2$
   b) En déduire que tout entier naturel impair est la différence des carrées de deux nombres consécutifs.
2. Appliquer le résultat obtenu pour les nombres $19, 47, 53$

Exercice 18 :

Montrer que pour $n \in \mathbb{N}$: $(n+1)\wedge(n+2)=1$

Exercice 19 :

1. Trouver toutes les solutions de l'équation : (1): $x^2-y^2=51$ dans $\mathbb{N}^2$
2. Déterminer les couples (a,b) des entiers naturels tels que : $(S): \begin{cases} a^2-b^2=7344 \\ a \wedge b=12 \end{cases}$

Exercice 20 :

Soit n un entier naturel
On pose $a = 5^{n+2} - 5^n$ et $b = 7^{n+2} - 7^n$
Déterminer $a \wedge b$ et $a \vee b$

Exercice 21 :

1. Est-ce que le nombre 2017 est premier ?
2. Est-ce que le nombre 27000001 est premier ?