TD : **Exercices d'applications et de réflexion avec solutions**

THEOREME DE ROLLE ; THEOREME DES ACCROISSEMENTS FINIS (T.A.F)

PROF: ATMANI NAJIB 2BAC SM BIOF

TD avec solutions : THEOREME DE ROLLE ; THEOREME DES ACCROISSEMENTS FINIS (T.A.F)

Exercice 1 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=3x^4-11x^3+12x^2-4x+2$ Montrer que f' s'annule au moins une fois sur]0, 1[

Solution : on a : $f(0) = f(1)=2$

Donc f une fonction continue sur [0, 1], dérivable sur]0, 1[et telle que : $f(0) = f(1)$. D'après le théorème de Rolle il existe un réel $c \in]a, b[$ tel que : $f'(c) = 0$ donc : f' s'annule au moins une fois sur]0, 1[

Exercice 2 : Soit $f : R \to R$ la fonction définie par :

$f(x)=\frac{\sin x+\cos x}{1+\cos^2 x}$,

Montrer que, pour tout $a \in R$, la fonctions f' s'annule au moins une fois sur l'intervalle $]a, a + 2\pi[$.

Solution : on a : $f(a) = f(a + 2\pi)$

Donc f une fonction continue sur $[a, a + 2\pi]$, dérivable sur $]a, a + 2\pi[$ et telle que : $f(a) = f(a + 2\pi)$D'après le théorème de Rolle il existe un réel $c \in]a, a + 2\pi[$ tel que : $f'(c) = 0$

donc : f' s'annule au moins une fois sur $]a, a + 2\pi[$

Exercice 3 : Soit f une fonction définie par :

$f(x)=\frac{1-\cos(2\pi x)}{x}$ si $x\neq 0$ et $f(0)=0$

Montrer :($\exists c \in$]-1,1[) ($f'(c)=0$

Solution :la fonction f continue sur $[-1;1]-\{0\}$ et dérivable sur $[-1;1]-\{0\}$:

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(2\pi x)}{(2\pi x)^2}4\pi^2 x=0=f(0)$$

Donc : f est continue en 0

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(2\pi x)}{(2\pi x)^2}4\pi^2=2\pi^2\in\mathbb{R}$$

Donc : f est dérivable en 0

Donc : fonction f continue sur $[-1;1]$ et dérivable sur $[-1;1]$ et on a : $f(-1) = f(1)$

D'après le théorème de Rolle il existe un réel $c \in]-1, 1[$ tel que : $f'(c) = 0$

Exercice 4 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=x(x+1)(x+2)(x+3)$ Montrer que l'équation $f'(x)=0$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$

Solution : f une fonction continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $f(0) = f(-1) = f(-2) = f(-3)$

D'après le théorème de Rolle on a :

$\exists\alpha\in]-3;-2[\ /\ f'(\alpha)=0$

$\exists\beta\in]-2;-1[\ /\ f'(\beta)=0$

$\exists\delta\in]-1;0[\ /\ f'(\delta)=0$

Et puisque : α ; β et δ sont différents deux a deux

Donc : l'équation $f'(x)=0$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$ car $f'(x)$ est de degré 3

Exercice 5 : Considérons une fonction f continue sur [0,1] et dérivable sur]0,1[telle que : $f(0) - f(1) = -1$.

Montrer en utilisant le théorème de Rolle

($\exists c \in$]0,1[) ($\frac{f'(c)}{c}=\frac{4}{(c^2+1)^2}$

Solution : $\frac{f'(c)}{c}=\frac{4}{(c^2+1)^2} \Rightarrow f'(c)-\frac{4c}{(c^2+1)^2}=0$

Considérons une fonction g tel que :

$G(0)=G(1)$

Soit G la fonction primitive de g

donc : $G(x)=f(x)+\frac{2}{x^2+1}$

$G(0)-G(1)=f(0)+2-f(1)-1=f(0)-f(1)+1=0$

Donc ; $G(0)=G(1)$

Et puisque : G est une fonction continue sur [0, 1], dérivable sur]0, 1[(somme et quotient de fonctions dérivables et continues)

D'après le théorème de Rolle il existe un réel $c \in]0, 1[$ tel que : $G'(c)=0$

Et on a : : $G'(x)=f'(x)-\frac{4x}{(x^2+1)^2}$

$G'(c)=f'(c)-\frac{4c}{(c^2+1)^2}=0 \Leftrightarrow f'(c)=\frac{4c}{(c^2+1)^2}$

il existe un réel $c \in]0, 1[$ tel que : $\frac{f'(c)}{c}=\frac{4}{(c^2+1)^2}$

Exercice 6 : Détermination d'une limite.

Considérons les deux fonctions :

$u(t) = Arctan(t) - t$ et $v(t) = t^2$ et soit $x \in \mathbb{R}*$

1) Montrer qu'il existe c compris entre 0 et x tel que : $\frac{u(x)}{v(x)}=\frac{u'(c)}{v'(c)}$

2) En déduire la limite : $\lim_{x\to 0}\frac{ar\tan x-x}{x^2}$

Solution : 1)

$\frac{u(x)}{v(x)}=\frac{u'(c)}{v'(c)} \Leftrightarrow u(x)v'(c)-v(x)u'(c)=0$

On Considérer la fonction : g tel que :

$g(t)=u(x)v(t)-v(x)u(t)$ sur $[a, b]$

où $a = \inf(x, 0)$ et $b = \sup(x, 0)$

on a : $g(0)=g(x)=0$ et g continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$

Alors il existe un réel $c \in]a, b[$ tel que : $g'(c) = 0$.

On a : $g'(t)=u(x)v'(t)-v(x)u'(t)$

Donc : il existe un réel $c \in]a, b[$ tel que :

$u(x)v'(c)-v(x)u'(c)=0 \Leftrightarrow \frac{u(x)}{v(x)}=\frac{u'(c)}{v'(c)}$

2) $\lim_{x\to 0}\frac{ar\tan x-x}{x^2}=\lim_{c\to 0}\frac{\frac{1}{1+c^2}-1}{2c}=\lim_{c\to 0}\frac{\frac{1-1-c^2}{1+c^2}}{2c}$

Car ; si $x \to 0$ alors $c \to 0$

$\lim_{x\to 0}\frac{ar\tan x-x}{x^2}=\lim_{c\to 0}\frac{\frac{1}{1+c^2}-1}{2c}=\lim_{c\to 0}\frac{-c}{2(1+c^2)}=0$

Exercice 7 : En utilisant le I.A.F

Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})(|\sin x| \le |x|$

Solution : Considérons une fonction f tel que :

$f(x)=\sin x$ on a : f est dérivable sur $\mathbb{R}$

Et $f'(x)=\cos x$ et $|f'(x)|=|\cos x|\le 1 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Par application de I.A.F sur l'intervalle de borne 0 et x ($[a, b]$ où $a = \inf(x, 0)$ et $b = \sup(x, 0)$)

$|f(b)-f(a)|\le 1|(b-a)|$

Donc : $|\sin x-\sin 0|\le 1|(x-0)|$

Donc : $|\sin x|\le|x| \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Exercice 8 : En utilisant le I.A.F

Montrer que $\forall a\in\mathbb{R}$ et $\forall b\in\mathbb{R}$ et $0\le a\le b$

$\frac{b-a}{1+b^2}\le ar\tan b-ar\tan a\le\frac{b-a}{1+a^2}$

Solution : Considérons une fonction f tel que :

$f(x)=ar\tan x$ on a : f est dérivable sur $\mathbb{R}$

Et $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$

donc : $\frac{1}{1+b^2}\le f'(x)\le\frac{1}{1+a^2} \ \forall x\in[a;b]$

Par application de T.A.F sur l'intervalle $[a;b]$

On a : $\frac{1}{1+b^2}(b-a)\le f(b)-f(a)\le\frac{1}{1+a^2}(b-a)$

Donc : $\frac{b-a}{1+b^2} \le ar\tan b - ar\tan a \le \frac{b-a}{1+a^2}$

Exercice 9 : En utilisant le Théorème des accroissements finies(T.A.F) donner un encadrement du nombre $\sqrt{10001}$ et en déduire une valeur approchée de $\sqrt{10001}$ avec la précision 5×10^{-5}.

Solution : Considérons une fonction f tel que : $f(x)=\sqrt{x}$ on a : On a : f est fonction continue sur [10000, 10001] et dérivable sur] 10000, 10001 [donc d'après le T. A.F il existe c ∈] 10000, 10001 [tel que : $\sqrt{10001}-100=\frac{1}{2\sqrt{c}}$

Donc : $\sqrt{10001}=\frac{1}{2\sqrt{c}}+100$

c ∈] 10000, 10001 [donc $10000 \prec c \prec 10001$

Donc : $\sqrt{10000} \prec \sqrt{c} \prec \sqrt{10001}$ donc

$\frac{1}{2\sqrt{10001}} \prec \frac{1}{2\sqrt{c}} \prec \frac{1}{2\sqrt{10000}}$ donc

$\frac{1}{2\sqrt{10001}} \prec \frac{1}{2\sqrt{c}} \prec \frac{1}{200}$ et on a : $\sqrt{10001} \prec 101$

Donc : $\frac{1}{202} \prec \frac{1}{2\sqrt{c}} \prec \frac{1}{200}$ donc

$\frac{1}{202}+100 \prec \frac{1}{2\sqrt{c}}+100 \prec \frac{1}{200}+100$ donc :

$100,00495 \prec \sqrt{10001} \prec 100,005$

Donc : $0 \prec \sqrt{10001}-100,00495 \prec 0,00005$

Donc : $\left|\sqrt{10001}-100,00495\right| \prec 5\times10^{-5}$ donc $100,00495$ Est une valeur approchée de $\sqrt{10001}$ avec la précision 5×10^{-5}.

Exercice 10 : soit la suite $(u_n)_{n\ge1}$ définie par :

$u_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

1)Calculer u_1 ; u_2 et u_3

2)a) monter que $\forall x \in \mathbb{R}_*^+$: $\frac{1}{x+1} \le \ln(x+1)-\ln x \le \frac{1}{x}$

b) en déduire que : $u_{n+1}-1 \le \ln(n+1) \le u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

c)calculer : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Solution :1) $u_1=1 \quad u_2=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \quad u_3=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$

2)a) **:** Considérons une fonction f tel que : $f(t)=\ln t$ on a : On a : f est fonction continue sur [x, x+1] et dérivable sur] x, x+1 [$\forall x \in \mathbb{R}_*^+$ donc d'après le T. A.F il existe c ∈] x, x+1 [tel que : $f(x+1)-f(x)=f'(c)(x+1-x)$

Donc : $\ln(x+1)-\ln x=\frac{1}{c}$ et puisque : $\frac{1}{x+1} \prec \frac{1}{c} \prec \frac{1}{x}$

Car c ∈] x, x+1 [donc : $\frac{1}{x+1} \prec \ln(x+1)-\ln x \prec \frac{1}{x}$

$\forall x \in \mathbb{R}_*^+$

2)b) déduire que : $u_{n+1}-1 \le \ln(n+1) \le u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$?

On a : $\frac{1}{x+1} \prec \ln(x+1)-\ln x \prec \frac{1}{x} \; \forall x \in \mathbb{R}_*^+$

Donc : $\frac{1}{2} \prec \ln 2-\ln 1 \prec \frac{1}{1}$

$\frac{1}{3} \prec \ln 3-\ln 2 \prec \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} \prec \ln 3-\ln 2 \prec \frac{1}{2}$

………………

$\frac{1}{n+1} \prec \ln(n+1)-\ln n \prec \frac{1}{n}$

La somme de ces inégalités membre a membre donne : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n+1} \prec \ln(n+1)-\ln 1 \prec 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}$

Donc : $u_{n+1}-1 \leq \ln(n+1) \leq u_n$ car $\ln 1=0$

2)b) on a : $\mathrm{n}(n+1) \leq u_n$ et $\lim_{n\to+\infty} \mathrm{n}(n+1)=+\infty$

Donc $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Exercice 11 : Soit f une fonction définie sur l' intervalle $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x)=\frac{\pi}{2}-\sin x$ et la suite (u_n) définie par : $u_{n+1}=f(u_n)$ $\forall n\in\mathbb{N}$ et $u_0 \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$

1)montrer que l'équation : $f(x)=x$ admet une solution unique $\alpha \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$

2)montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $\frac{\pi}{6} \prec u_n \prec \frac{\pi}{2}$

3)a)montrer que : $\forall x \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ $|f'(x)| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

b)en déduire que : $|u_{n+1}-\alpha| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}|u_n-\alpha|$ $\forall n\in\mathbb{N}$

4) calculer : $\lim_{n\to+\infty} u_n$

Solution :1) Considérons une fonction g tel que : $g(x)=f(x)-x$ On a : g est une fonction dérivable sur $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ et $g'(x)=f'(x)-1=-\cos x-1 \prec 0$

g est une fonction continue et strictement décroissante sur $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ donc une bijection de $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ dans : $g\left(\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[\right)=\left]-1;\frac{2\pi-3}{6}\right[$

Puisque : $0 \in \left]-1;\frac{2\pi-3}{6}\right[$ alors il existe un unique $\alpha \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $g(\alpha)=0$ cad $f(\alpha)=\alpha$

2)montrons par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}$: $\frac{\pi}{6} \prec u_n \prec \frac{\pi}{2}$?

a) on a : $u_0 \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ donc vraie pour n=0

b)supposons que : $\frac{\pi}{6} \prec u_n \prec \frac{\pi}{2}$

c)montrons que : $\frac{\pi}{6} \prec u_{n+1} \prec \frac{\pi}{2}$

on a : $f'(x)=-\cos x \leq 0$ sur $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ donc f est décroissante sur $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ et on a : $\frac{\pi}{6} \prec u_n \prec \frac{\pi}{2}$

donc : $f\left(\frac{\pi}{2}\right) \prec f(u_n) \prec f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

donc $\frac{\pi}{2}-1 \prec u_{n+1} \prec \frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$ et on a $\frac{\pi}{6} \prec \frac{\pi}{2}-1$ et $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2} \prec \frac{\pi}{2}$

donc : $\frac{\pi}{6} \prec u_{n+1} \prec \frac{\pi}{2}$ finalement : $\forall n\in\mathbb{N}$: $\frac{\pi}{6} \prec u_n \prec \frac{\pi}{2}$

3)a)montrons que : $\forall x \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ $|f'(x)| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$?

$\forall x \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ $f'(x)=-\cos x$ et puisque $x \to \cos x$ est décroissante sur $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ on a donc :

$\cos\frac{\pi}{2} \prec \cos x \leq \cos\frac{\pi}{6}$ donc : $0 \prec \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc : $-\frac{\sqrt{3}}{2} \prec -\cos x \leq 0 \prec \frac{\sqrt{3}}{2}$

donc : $\forall x \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ $|f'(x)| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) déduire que : $|u_{n+1}-\alpha| \le \frac{\sqrt{3}}{2}|u_n-\alpha|\ \forall n\in\mathbb{N}$?

puisque f est dérivable sur $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ alors f est dérivable et continue sur tout intervalle de la forme $[a;b]\subset\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ donc Par application de I.A.F sur l'intervalle $[a;b]$ avec : $u_n=b$ et $a=\alpha$

on trouve : $|f(u_n)-f(\alpha)| \le \frac{\sqrt{3}}{2}|u_n-\alpha| \quad \forall n\in\mathbb{N}$

donc : $|u_{n+1}-\alpha| \le \frac{\sqrt{3}}{2}|u_n-\alpha| \quad \forall n\in\mathbb{N}$

4) calculons : $\lim_{n\to+\infty} u_n$?

Montrons avant que : $|u_n-\alpha| \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n |u_0-\alpha|$

on a: $|u_0-\alpha| \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^0 |u_0-\alpha|$ donc vraie pour n=0

b)supposons que : $|u_n-\alpha| \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n |u_0-\alpha|$

c)montrons que : $|u_{n+1}-\alpha| \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1} |u_0-\alpha|$?

on a : $|u_n-\alpha| \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n |u_0-\alpha|$ et $|u_{n+1}-\alpha| \le \frac{\sqrt{3}}{2}|u_n-\alpha|$

donc : $|u_{n+1}-\alpha| \le \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n |u_0-\alpha| \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1} |u_0-\alpha|$

donc : $|u_n-\alpha| \le \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n |u_0-\alpha|$ et puisque :

$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n = 0$ car $-1 \prec \frac{\sqrt{3}}{2} \prec 1$

Donc : $\lim_{n\to+\infty} u_n = \alpha$

Exercice 12 : Soit f une fonction dérivable trois fois sur $[0;1]$ tel que : $f(1)=1$ et

$f(0)=f'(0)=f'(1)=0$

Et soit le polynôme : $P(x)=x^2(-2x+3)$

1)calculer : $P(0)$; $P'(0)$; $P(1)$; $P'(1)$

2)on pose : $g(x)=f(x)-P(x)$

a) montrer qu'il existe $\alpha\in]0;1[$ tel que : $g^{(3)}(\alpha)=0$

b) en déduire qu'il existe $\alpha\in]0;1[$ tel que :

$f^{(3)}(\alpha)=-12$

Solution :1) $P(x)=x^2(-2x+3)$ et $P'(x)=-6x^2+6x$

Donc : $P(0)=P'(0)=P'(1)=0$ et $P(1)=1$

2) a) montrons qu'il existe $\alpha\in]0;1[$ tel que :

$g^{(3)}(\alpha)=0$?

puisque f et P sont dérivables trois fois sur $[0;1]$

donc $g=f-P$ est dérivable trois fois sur $[0;1]$

et par application du théorème de Rolle trois fois :

$g(0)=g(1)\Rightarrow \exists c_1\in]0;1[\,/\,g'(c_1)=0$ ($g^{(1)}(c_1)=0$)

$g^{(1)}(0)=f^{(1)}(0)-P^{(1)}(0)=0-0=0$

$g^{(1)}(c_1)=g^{(1)}(0)\Rightarrow \exists c_2\in]0;1[\,/\,g^{(2)}(c_2)=0$

$g^{(1)}(c_1)=g^{(1)}(1)\Rightarrow \exists c_3\in]0;1[\,/\,g^{(2)}(c_3)=0$

$g^{(2)}(c_2)=g^{(2)}(c_3)\Rightarrow \exists \alpha\in]c_2;c_3[\,/\,g^{(3)}(\alpha)=0$

Et puisque : $]c_2;c_3[\subset]0;1[$ donc :

$\exists\alpha\in]0;1[\,/\,g^{(3)}(\alpha)=0$

b) $\exists?\alpha\in]0;1[$ tel que : $f^{(3)}(\alpha)=-12$?

on a : $g(x)=f(x)+2x^3-3x^2$

$g'(x)=f'(x)+6x^2-6x$ donc : $g''(x)=f''(x)+12x$

donc : $g^{(3)}(x)=f^{(3)}(x)+12$ donc :

$g^{(3)}(\alpha)=f^{(3)}(\alpha)+12=0$

donc : $\exists\alpha\in\left]0;1\right[\ f^{(3)}(\alpha)=-12$

Exercice13 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$

par : $f(x)=x\arctan\left(\sqrt[3]{x^2+\frac{1}{x^2}}\right)$

et $\forall x\in\mathbb{R}^*$ on pose : $F(x)=\frac{f(x)}{x}$

1)vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}^*\ F\left(\frac{1}{x}\right)=F(x)$

2)montrer que :

$(\forall x\in\mathbb{R}^*)(\exists y\in\mathbb{R}^*)/(y-x)\left(y-\frac{1}{x}\right)\leq 0$ et $F'(y)=0$

3) en application le théorème de Rolle a F sur un intervalle montrer qu'il existe un réel c non nul tel que la tangente a la courbe de f au point d'abscisse c passe par l'origine du repère

Solution :1) $F(x)=\frac{f(x)}{x}=\arctan\left(\sqrt[3]{x^2+\frac{1}{x^2}}\right)$

$F\left(\frac{1}{x}\right)=\arctan\left(\sqrt[3]{x^2+\frac{1}{x^2}}\right)=F(x)\quad\forall x\in\mathbb{R}^*$

2)on a : $\forall x\in\mathbb{R}^*\ F\left(\frac{1}{x}\right)=F(x)$

Et on a F est continue et dérivable sur un

l'intervalle de bornes : $\frac{1}{x}$ et x

Donc par application le théorème de Rolle a F

sur un intervalle de bornes : $\frac{1}{x}$ et x:

2)a)soit par exemple l'intervalle : $\left[\frac{4}{5};\frac{5}{4}\right]$

On a : F dérivable sur $\left[\frac{4}{5};\frac{5}{4}\right]$ et $F\left(\frac{4}{5}\right)=F\left(\frac{5}{4}\right)$ par

application le théorème de Rolle a F

$\exists c\in\left]\frac{4}{5};\frac{5}{4}\right[\ /\ F'(c)=0$ or $F'(x)=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$

$F'(c)=\frac{cf'(c)-f(c)}{c^2}=0\Leftrightarrow cf'(c)-f(c)=0\Leftrightarrow f'(c)=\frac{f(c)}{c}$

L'équation de la tangente a la courbe de f au point d'abscisse c'est : $y=f'(c)(x-c)+f(c)$

$y=\frac{f(c)}{c}(x-c)+f(c)=\frac{f(c)}{c}x-f(c)+f(c)=\frac{f(c)}{c}x$

Donc : passe par l'origine du repère

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe. C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien