Exercice 1

On considère le nombre $z = -3 + 3i$

1) Déterminer le module et l'argument du nombre z

2) déterminer le nombre Z tel que $zZ = 6\sqrt{2}\left(\cos\frac{17\pi}{12} + i\sin\frac{17\pi}{12}\right)$

3) en déduire $\cos\frac{17\pi}{12}$ et $\sin\frac{17\pi}{12}$

Exercice 2

On considère les nombres $z_2 = 1+\sqrt{2}+i$; $z_1 = 1-i$

1) écrire z_1 sous forme trigonométrique

2) a) montrer que $z_1 z_2 = \sqrt{2}\,\overline{z_2}$

b) en déduire que $\arg(z_1) + 2\arg(z_2) \equiv 0 \ [2\pi]$

3) déduire l'argument du nombre z_2

Exercice 3

On pose $z_1 = \left(\sqrt{3}+1\right) + i\left(\sqrt{3}-1\right)$ et $z_2 = \left(\sqrt{3}-1\right) + i\left(\sqrt{3}+1\right)$

1) montrer que $z_1^2 = 4\left(\sqrt{3}+i\right)$ et $z_2 = i\,\overline{z_1}$

2) a) écrire $4\left(\sqrt{3}+i\right)$ sous forme trigonométrique

b) déduire la forme trigonométrique des nombres z_2 ; z_1

3) on considère dans (P) les deux points B , A d'affixes z_2 ; z_1

Calculer $\arg\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ en déduire la nature du triangle OAB

Exercice 4

On considère les nombres $a = 1 - i\sqrt{3}$ ، $b = 2i$ et $c = 1 + i\left(2-\sqrt{3}\right)$

1) déterminer la forme trigonométrique de a puis montrer que $\frac{b}{a} = \left[1, \frac{5\pi}{6}\right]$

2) montrer que $OACB$ est un losange puis déduire une mesure de $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}\right)$

3) prouver que $\arg(c) \equiv \frac{\pi}{12} \ [2\pi]$ et déterminer $\tan\frac{\pi}{12}$

Exercice 5

On pose $z = 2+\sqrt{3}+i$

1) calculer z^3 puis écrire z^3 sous forme trigonométrique

2) en déduire la forme trigonométrique du nombre $z = 2+\sqrt{3}+i$