

التمرين الرابع

1) Soit  $f$  une fonction dérivable en  $a$  .  
calculer la limite  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a}$

2) soit  $f$  une fonction dérivable au point  $a = 2$   
Telle que  $f(2) = 0$  et  $f'(2) = 3$  .  
Calculer les limites

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(\sqrt{x+2})}{x-2} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f\left(\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)\right)}{x-2}$$

التمرين الخامس

On pose  $I = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$  et soient  $x$  et  $y$  deux éléments de  $I$  tels que  $x < y$

1) montrer que :

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(y-x) \leq \sin y - \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}(y-x)$$

2) déduire que  $\frac{\sqrt{2}}{12} \leq \frac{\sqrt{2}-1}{\pi} \leq \frac{\sqrt{3}}{12}$

التمرين السادس

Soit  $f$  une fonction continue sur  $[0,1]$  ; dérivable sur  $] -2,1[$  telle que  $f(0) = f(1) = f'_a(0) = 0$

montrer que :  $(\exists c \in ]0,1[) f'(c) = \frac{f(c)}{c}$

التمرين السابع

1) soit  $f$  une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle  $[a,b]$   
montrer qu'il existe un nombre  $c$  de  $]a,b[$  tel que

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2} f''(c)$$

2) soit  $f$  une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle  $[a,b]$   
montrer qu'il existe un nombre  $d$  de  $]a,b[$  tel que

$$\frac{f(c) - f(a)}{c-a} - \frac{f(b) - f(a)}{b-a} = \frac{c-b}{a} f''(d)$$

manti.1s.fr

التمرين الأول

Etudier la dérivabilité de  $f$  au point  $a$  dans chacune des cas suivantes

- 1)  $\begin{cases} f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$  et  $a = 0$
- 2)  $\begin{cases} f(x) = \sin^2 x E\left(\frac{1}{x}\right) ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$  et  $a = 0$
- 3)  $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x-1} ; x \neq 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$  et  $a = 1$
- 4)  $\begin{cases} f(x) = |x^2 - x| ; x < 0 \\ f(0) = x\sqrt{x} ; x \geq 0 \end{cases}$  et  $a = 0$

التمرين الثاني

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} & ; 0 \leq x < 1 \\ f(x) = ax^2 + bx + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) déterminer la relation entre  $a$  et  $b$  pour que  $f$  soit continue sur  $\mathbb{R}^+$
- 2) déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $f$  soit dérivable sur  $\mathbb{R}^+$

التمرين الثالث

Calculer la dérivée de  $f$  dans chacune des cas suivantes :

- 1)  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$
- 2)  $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$
- 3)  $f(x) = (1 + \sin(2x))^3$
- 4)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{x}+2}$
- 5)  $f(x) = \tan^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
- 6)  $f(x) = \tan(\sin x)$
- 7)  $f(x) = \sqrt{x + \sqrt[3]{3x}}$
- 8)  $f(x) = \sin\left(\arctan(\pi\sqrt{x})\right)$